



**Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1**  
**Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**

**Název: Mechanika, pružnost pevnost**

**Téma: Nosníky stejné pevnosti**

**Autor: Ing. Jaroslav Svoboda**

**Číslo: VY\_32\_INOVACE\_11–15**

**Anotace: Pojem nosník stejného napětí, podmínky a možnosti vytváření nosníků stejného napětí.  
Určeno pro druhý ročník strojírenství 23-41-M/01.  
Vytvořeno červenec 2013**

## 1. Nosník stejného napětí

U většiny nosníků (kromě vetknutého nosníku zatíženého silovou dvojicí), se zatížení podél nosíku mění. Tím se mění i velikost napětí v nosníku. V určitých místech pak není materiál nosníku plně využit.

Abychom docílili co nejlehčí a tím také nejehospodárnější konstrukci, snažíme se průřez nosníku upravit tak aby ve všech okrajových vláknech platila podmínka  $\sigma_{O_{\max}} = \sigma_{Do}$ .

Nosníkům vyhovujícím této podmínce říkáme **nosníky stejného napětí**.

Při použití proměnného průřezu nosníku musíme dbát na to, aby výrobní náklady nepřesáhly úsporu hmotnosti a materiálu. Změna průřezu nosníku musí být plynulá, protože při náhlých změnách průřezu neplatí Bernoulliova hypotéza o zachování rovinnosti průřezů a průběh napětí by byl značně odlišný

V praxi se nejčastěji používají tyto tvary nosníků stejného napětí:

- a) Obdélníkový průřez konstantní šířky  $b$
- b) Obdélníkový průřez konstantní výšky  $h$
- c) Kruhový průřez

Pro všechny tyto nosníky platí společný vztah,

$$\sigma_{\xi} = \sigma_{\max} \leq \sigma_{Do}$$

protože  $\sigma_o = \frac{M_o}{W_o}$  platí závislost

$$\frac{M_{o\xi}}{W_{o\xi}} = \frac{M_{o\max}}{W_{o\max}}$$

|             |                                               |
|-------------|-----------------------------------------------|
| $M_{o\max}$ | je maximální ohybový moment                   |
| $W_{o\max}$ | maximální průřezový modul v místě $M_{o\max}$ |
| $M_{o\xi}$  | moment v průřezu $\xi$                        |
| $W_{o\xi}$  | průřezový modul v místě $\xi$                 |

## 2. Vetknutý nosník s konstantní šířkou b zatížený osamělou silou na volném konci

Potřebné hodnoty

$$M_{o\max} = F \cdot l$$

$$W_{o\max} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

Pak platí

$$\sigma_{o\max} = \frac{M_{o\max}}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2} \leq \sigma_{Do}$$

Zvolíme-li si velikost dovoleného napětí a poměr b/h můžeme určit maximální průřez bh. Platí tedy:

$$\frac{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h_{\max}^2}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h_{\xi}^2} = \frac{F \cdot l}{F \cdot x} \Rightarrow h_{\xi} = h_{\max} \cdot \sqrt{\frac{x}{l}}$$

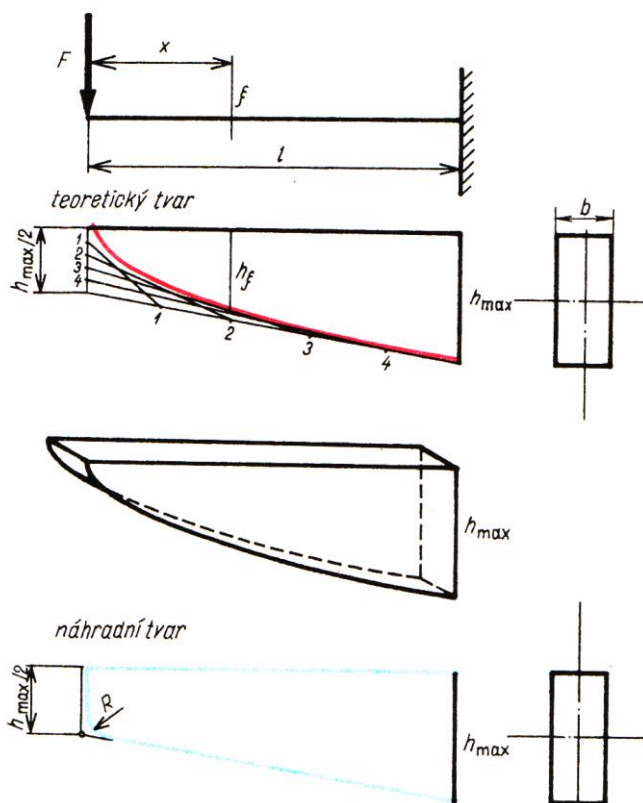
Platí tedy

$$x = 0 \quad h_{\xi} = 0$$

$$x = l/4 \quad h_{\xi} = 0,5 \cdot h_{\max}$$

$$x = l/2 \quad h_{\xi} = 0,7 \cdot h_{\max}$$

$$x = l \quad h_{\xi} = h_{\max}$$



### 3. Vetknutý nosník o konstantní výšce $h$ zatížený osamělou silou na volném konci

Potřebné hodnoty

$$M_{o\max} = F \cdot l$$

$$W_{o\max} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

$$M_{o\xi} = F \cdot x$$

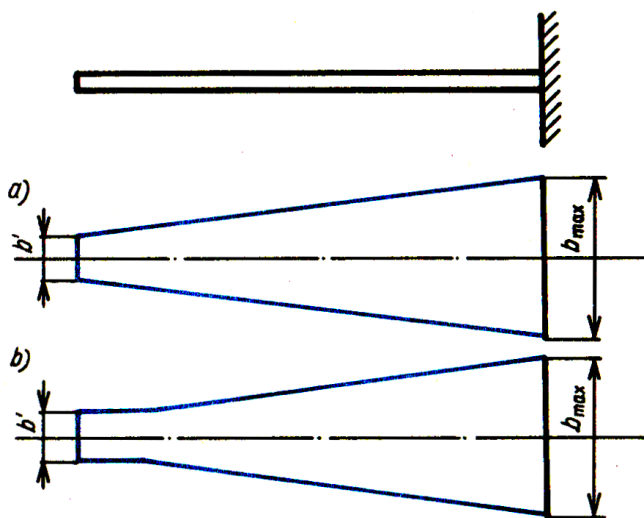
Platí tedy

$$\frac{\frac{1}{6} \cdot b_{\max} \cdot h^2}{\frac{1}{6} \cdot b_{\xi} \cdot h^2} = \frac{F \cdot l}{F \cdot x} \Rightarrow b_{\xi} = b_{\max} \cdot \frac{x}{l}$$

Šířka nosníku se mění přímo úměrně se vzdáleností  $x$  od konce nosníku. Teoretický tvar nosníku nemůžeme použít, protože v místě působení síly nelze zanedbat smykové napětí. Na volném konci nosníku musí být určitá šířka nosníku  $b'$  daná vztahem“

$$\tau_{\max} = \frac{3 \cdot F}{2 \cdot h \cdot b'} \leq \tau_{Ds} \Rightarrow b' = \frac{3 \cdot F}{2 \cdot h \cdot \tau_{Ds}}$$

Nosník bude vypadat takto:



## 4. Vetknutý nosník kruhového průřezu, zatížený osamělou silou na volném konci

Princip je stejný jako u nosníků stejného napětí obdélníkového průřezu. Snahou je opět maximální využití materiálu nosníku.

Maximální průměr nosníku vypočteme ze vztahu:

$$\sigma_{o\max} = \frac{M_{o\max}}{W_o} \leq \sigma_{Do}$$

Z toho pak

$$W_o \geq \frac{M_{o\max}}{\sigma_{Do}} \geq \frac{F \cdot l}{\sigma_{Do}}$$

Pak pro libovolný řez ve vzdálenosti  $x$ í platí

$$\frac{0,1 \cdot d_\xi^3}{0,1 \cdot d_{\max}^3} = \frac{F \cdot x}{F \cdot l} \Rightarrow d_\xi = d_{\max} \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$$

Nosník má pak tvar

$$x = 0 \quad d_\xi = 0$$

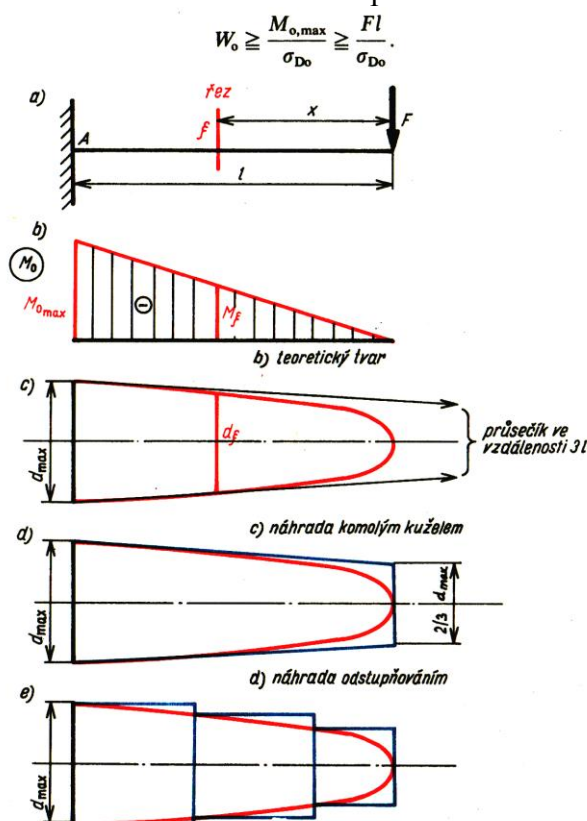
$$x = l/8 \quad d_\xi = 0,5 \cdot d_{\max}$$

$$x = l/4 \quad d_\xi = 0,63 \cdot d_{\max}$$

$$x = l/2 \quad d_\xi = 0,79 \cdot d_{\max}$$

$$x = l \quad d_\xi = d_{\max}$$

Náhradní tvar nosníku můžeme provést jako komolý kužel, nebo jako odstupňovaný nosník. Náhradní tvar musí ležet vně tvaru teoretického. Odstupňování nesmí být náhlé a přechody musí být plovlné, aby nedocházelo ke koncentraci napětí

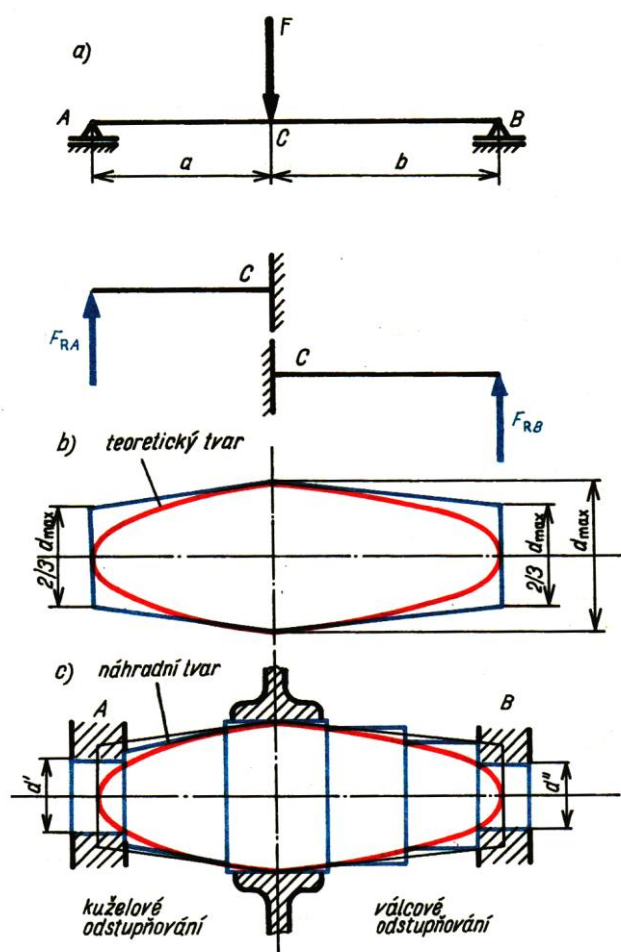


## 5. Nosník kruhového průřezu na dvou podporách zatížený osamělou silou

Tento nosník řešíme opět jako dva vetknuté nosníky zatížené reakcemi. Teoretický tvar celého nosníku je dán spojením obou nosníků dílčích.

Náhradní tvar musí opět ležet vně tvaru teoretického a nahrazuje se buď komolým kuzelem nebo odstupňováním, které můžeme provést jako kuželové nebo válcové. Při náhradě komolým kuzelem zmenšíme na koncích průměr hřídele na  $2/3 d_{\max}$ . V ložiskách pak nemůžeme zanedbat smykové napětí. Musíme ponechat průměr  $d'$ .

$$\tau_{\max} = \frac{4.F_{RA}}{3.\pi.d^2} \leq \tau_{Ds} \Rightarrow d' \geq \sqrt{\frac{16.F_{RA}}{3.\pi.\tau_{Ds}}}$$



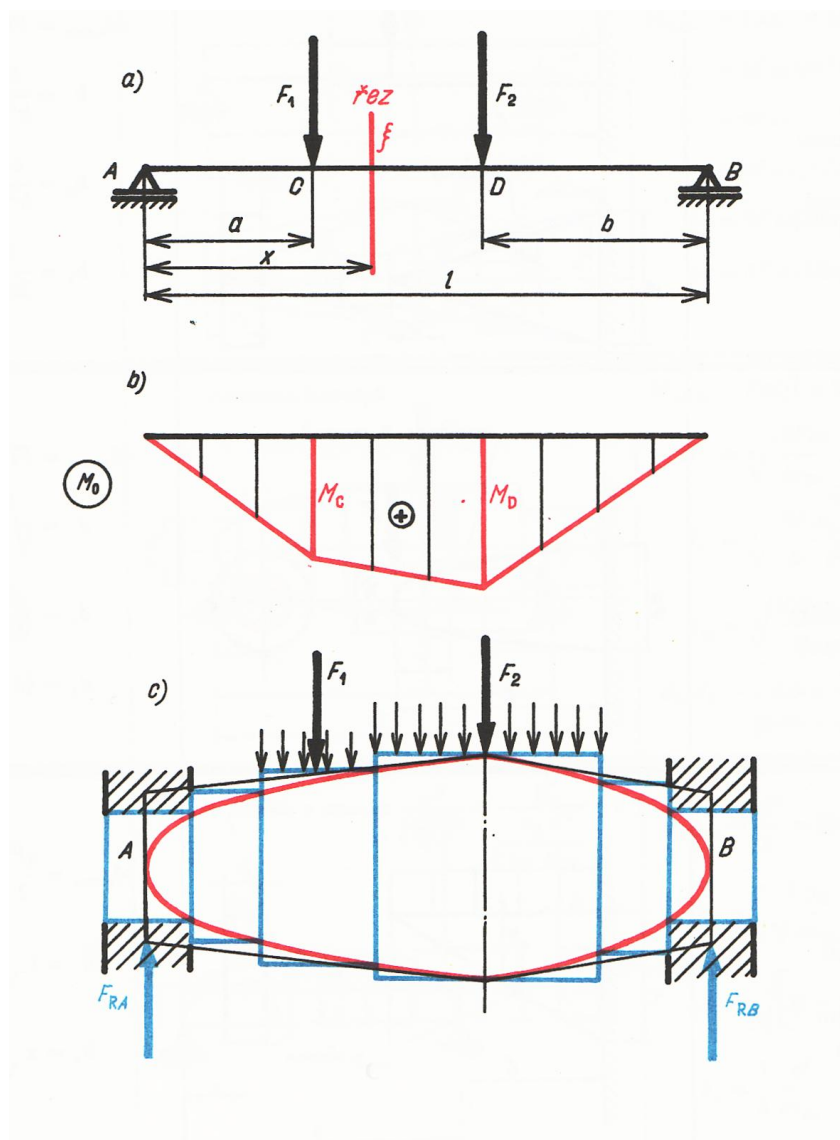
## 6. Nosník na dvou podporách s více osamělými silami

Úseky AC a BD můžeme opět považovat za nosníky vetknuté v místech C, D, zatížené reakcemi  $F_{RA}$  a  $F_{RB}$ . Průměry v těchto místech určíme ze vztahů

$$\sigma_C = \frac{M_{oC}}{W_{oC}} \leq \sigma_{Do} \Rightarrow W_{oC} \geq \frac{M_{oC}}{\sigma_{Do}}$$

Obdobně pro místo D

Od bodu A do C a od bodu B do D jsou teoretické tvary nosníku dány parabolami 3.stupně a náhradním tvarem může být komolý kužel nebo odstupňování.



## 7. Otázky a úkoly:

1. Definuj průřezový modul v ohybu a krutu, pro kruh a obdélník.
2. Definujte nosník stejného napětí v ohybu.
3. Z jakého vztahu určíte rozměry libovolného průřezu nosníku stejného napětí, je-li dán maximální průřez.
4. Které znáš základní praktické typy, vetknutých nosníků stejného napětí zatížených osamělou silou na konci nosníku.
5. Jak vypadá teoretický tvar nosníku stejného napětí obdélníkového průřezu s konstantní šířkou.
6. Jak vypadá teoretický tvar nosníku stejného napětí obdélníkového průřezu s konstantní výškou.
7. Odvoďte teoretický tvar nosníku stejného napětí s kruhovým průřezem a uveďte, které náhradní tvary používáme.
8. Jaký platí vztah mezi obrysovou čarou teoretického a náhradního tvaru
9. Naznač postup návrhu hřídele s odstupňovanými průměry
10. Naznač postup kontroly hřídele s odstupňovanými průměry

## 8. Použitá literatura

[1] Mrňák, I. Drdla, A. *Mechanika pružnost a pevnost I*. 1. Vydání SNTL, 1988  
Kapitola 5.6. s.206

[8] Turek, I. Skala, O. Haluška, J. *Mechanika sbírka úloh*. 2.vydání Praha: SNTL, 1982.  
1981. Kapitola 4 s.75