



**Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1**  
**Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**

**Název: Mechanika, pružnost pevnost**

**Téma: Nosníky – průběh ohybového momentu a posouvající síly**

**Autor: Ing. Jaroslav Svoboda**

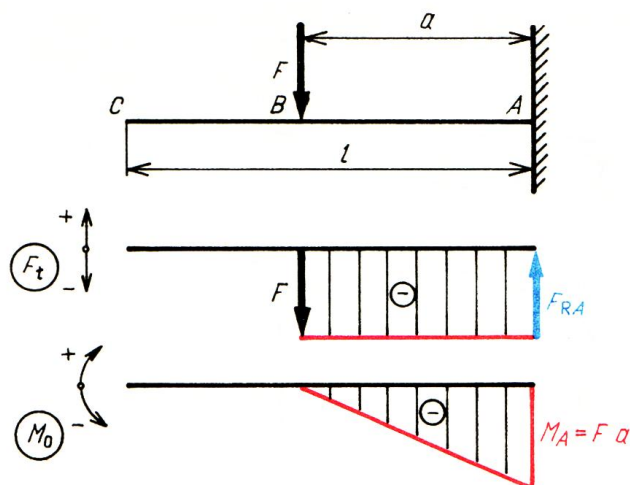
**Číslo: VY\_32\_INOVACE\_11–14**

**Anotace: Řešení průběhů momentů a posouvajících sil u nejběžnějších nosníků, jako je vetknutý nosník a nosník na dvou podporách. Určeno pro druhý ročník strojírenství 23-41-M/01. Vytvořeno červenec 2013**

# 1. Vetknutý nosník zatížený osamělou silou v libovolném místě nosníku

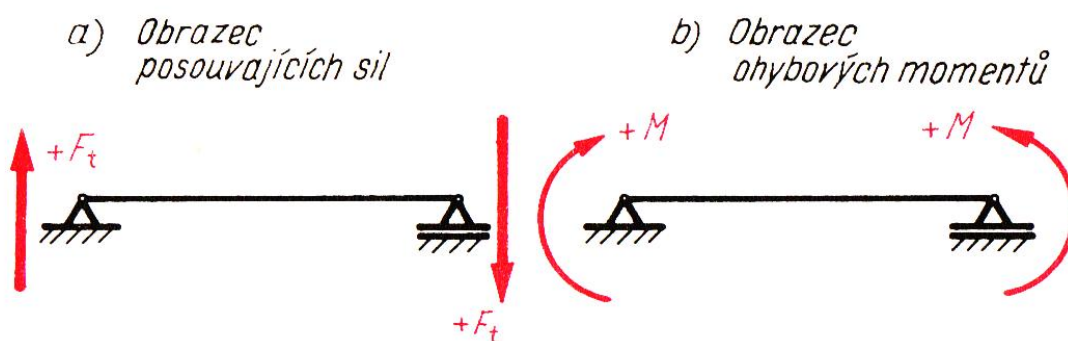
- V úseku AB je posouvající síla konstantní. Maximální ohybový je ve vetknutí a jeho velikost je:

$$M_{o\max} = -F \cdot a$$



Při řešení úseku CB zjišťujeme, že vedeme-li řez kdekoliv, není tento úsek zatížen vnějšími silami, a proto tedy v řezu nevzniknou žádné posouvající síly ani momenty. Vlastní tíhu nosníku neuvažujeme.

Abychom se nedopouštěli chyb při přechodu z levé strany nosníku na pravou je na obrázku určíme kladné posouvající síly a momenty na obou stranách nosníku



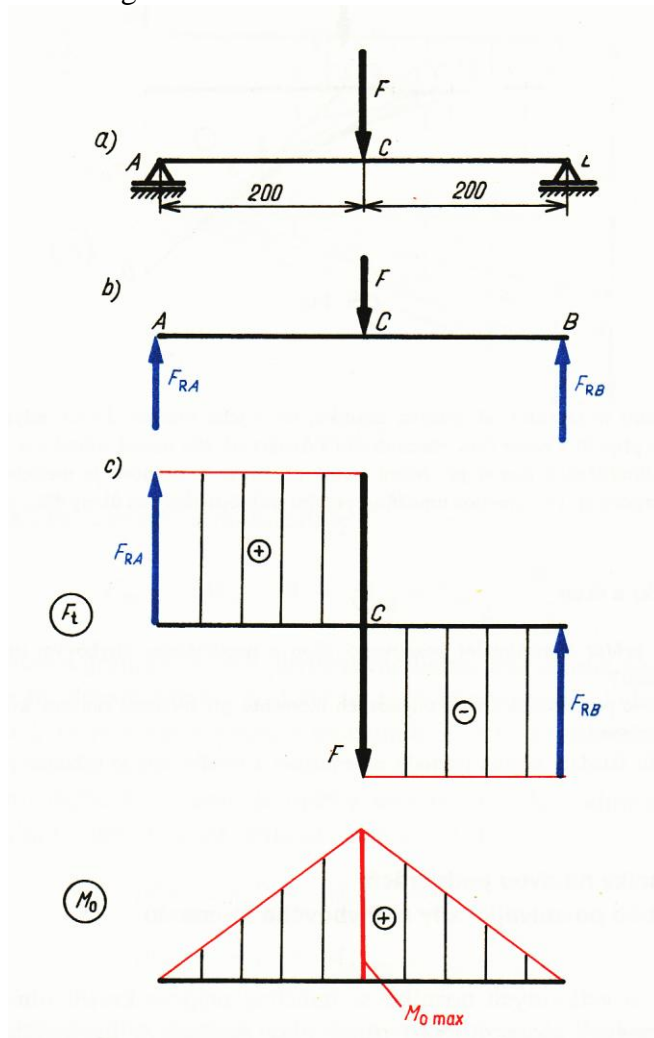
## 2. Nosník na dvou podporách zatížený jednou osamělou silou uprostřed

- Nosník uvolníme a zavedeme reakce a ze statických podmínek rovnováhy vyřešíme reakce. Určíme maximální hodnoty posouvající síly a ohybového momentu.

- $F_{t\max} = F_{RA} = F_{RB} = F/2$

$$M_{o\max} = \frac{F_{RA} \cdot l}{2} = \frac{F \cdot l}{4}$$

- Hodnoty vyneseme do grafu



### 3. Nosník na dvou podporách s převislým koncem, zatížený osamělou silou na volném konci

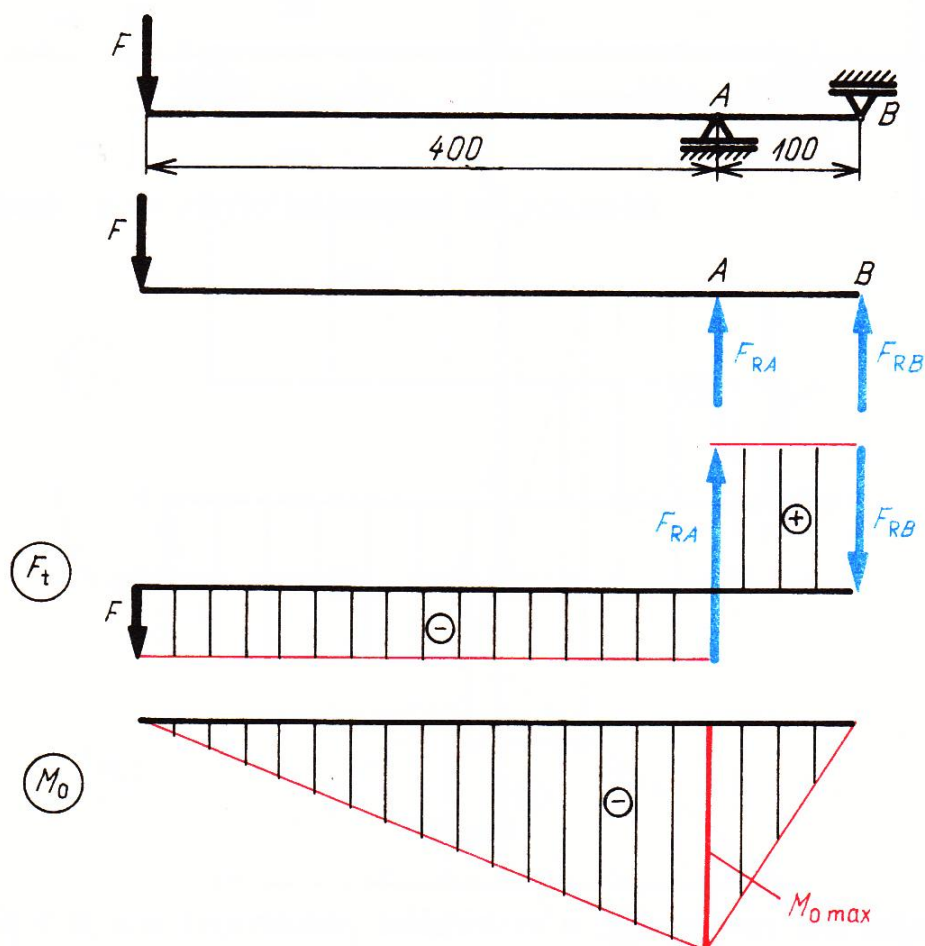
- Nosník uvolníme, a předpokládáme, že obě reakce směřují nahoru.
- Sestavíme statické podmínky rovnováhy a vyřešíme velikost reakcí

$$\sum F_y = 0 \quad F_{RA} + F_{RB} - F = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad F \cdot 400 + F_{RB} \cdot 100 = 0 \Rightarrow F_{RB} = -\frac{F \cdot 400}{100}$$

Reakce vyjde záporná, tedy náš předpoklad při uvolňování nosníku nebyl správný, reakce směřuje dolů.

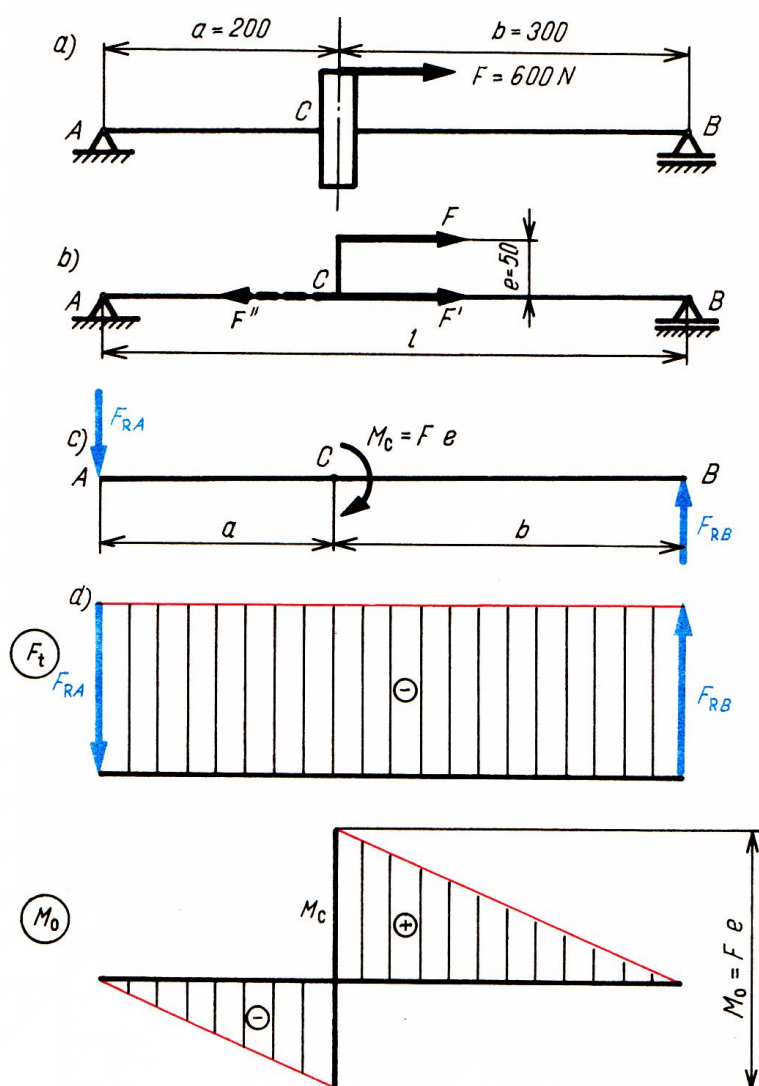
- Dále určíme velikost maximální posouvající síly a momentu.
- Nakreslíme obrazec posouvajících sil a momentů



## 4. Nosník na dvou podporách, zatížený silovou dvojicí

Tento způsob zatížení vytváří čelní kolo se šikmými zuby, kuželová kola nebo šnek. Vznikne tak kromě síly kolmé k ose hřídele (tu však zanedbáme) síla rovnoběžná s osou.

- Přeložíme sílu  $F$  do bodu  $C$ . Vznikne tak dvojice sil o momentu  $M = F \cdot e$ . Tento namáhá nosník na ohyb.
- Nosník uvolníme a zavedeme reakce
- Ze statických podmínek rovnováhy určíme velikost reakcí. Obě reakce budou číselně stejné, budou se lišit pouze orientací.
- Vypočteme velikost ohybového momentu v bodě  $C$ , zleva a zprava. V bodě  $C$  bude skok velikosti  $F \cdot e$ .
- Nakreslíme průběh posouvajících sil a momentů



## 5. Nosník na dvou podporách zatížený spojitým zatížením

- Spojité zatížení nahradíme myšlenou osamělou silou v těžišti spojitého zatížení a nosník uvolníme.
- Určíme reakce, v našem případě jsou stejně velké
- Ve zcela libovolném průřezu určíme velikost posouvající síly a ohybového momentu

$$\sum F_y = 0 \quad F_{RA} - F_{qx} - F_{tx} = 0$$

Z toho

$$F_{tx} = F_{RA} - F_{qx} = \frac{q \cdot l}{2} - q \cdot x = q \cdot \left( \frac{l}{2} - x \right)$$

- Hodnoty  $F_{tx}$  pro

$$x=0 \quad F_{tx} = \frac{q \cdot l}{2} = F_{tA}$$

$$x=l/2 \quad F_{tx} = 0 = F_{tC}$$

$$x=l \quad F_{tx} = -\frac{q \cdot l}{2} = F_{tB}$$

průběh posouvající síly bude lineární

- Ve zcela libovolném bodě určíme ohybový moment

$$\sum M_x = 0 \quad -F_{RA} \cdot x + F_{qx} \cdot \frac{x}{2} + M_{ox} = 0$$

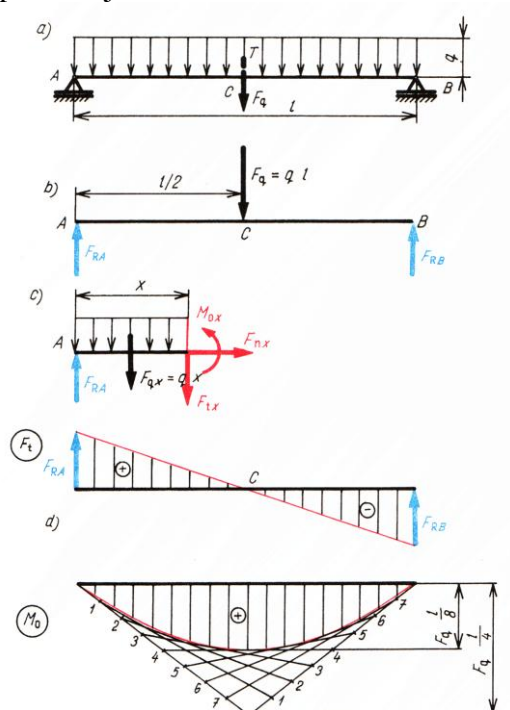
Z toho:

$$M_{ox} = F_{RA} \cdot x - F_{qx} \cdot \frac{x}{2} = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2)$$

Průběh ohybového momentu je dán parabolou. Maximální hodnota bude pro  $x=l/2$

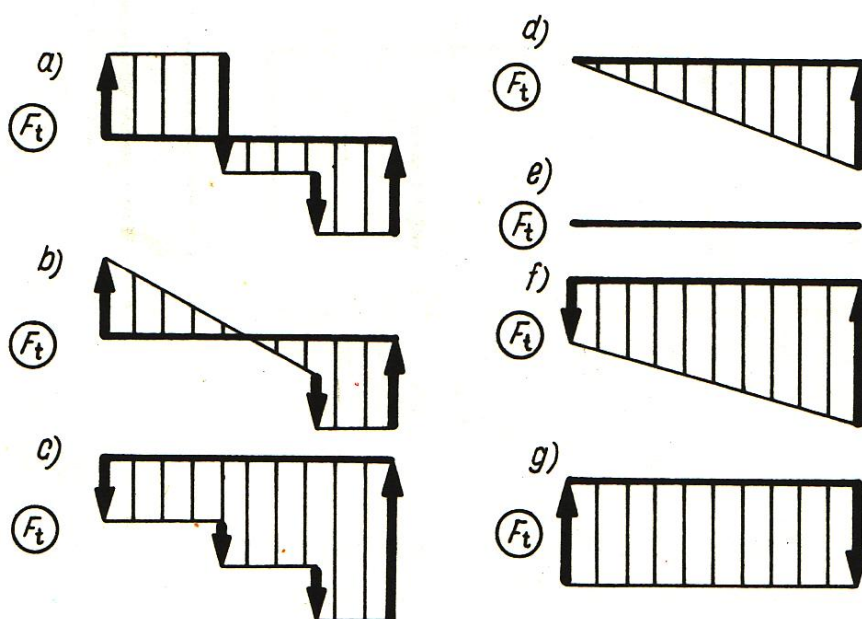
$$M_{o \max} = M_c = \frac{q}{2} \cdot \left( \frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{4} \right) = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{F_q \cdot l}{8}$$

- Nakreslíme průběh posouvajících sil a momentů



## 6. Otázky a úkoly:

1. Posuďte podle obrazce posouvajících sil o jaký jde nosník a jak je zatížen.



2. Ve kterých místech nosníku se vyskytuje nulový ohybový moment.
3. Kdy není v podpoře ohybový moment nulový.
4. Proč je možné řešit reakce nosníku, zatíženého spojitým zatížením z náhradní osamělé síly.
5. Proč nelze obecně počítat s náhradní silou spojitého zatížení při řešení posouvající síly a ohybového momentu.
6. Nakresli vetknutý nosník zatížený osamělou silou na konci. Nakresli průběh posouvajících sil a momentů.
7. Nakresli vetknutý nosník zatížený momentem na volném konci. Nakresli průběh posouvajících sil a momentů.
8. Nakresli vetknutý nosník zatížený spojitým zatížením po celé délce. Nakresli průběh posouvajících sil a momentů.

## 7. Použitá literatura

[1] Mrňák,I. Drdla,A. *Mechanika pružnost a pevnost I*. 1. Vydání SNTL, 1988  
Kapitola 5.2. s.110

[8] Turek,I. Skala,O. Haluška,J. *Mechanika sbírka úloh*. 2.vydání Praha: SNTL, 1982.  
1981.Kapitola 4 s.75