



Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1
Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název: Mechanika, statika

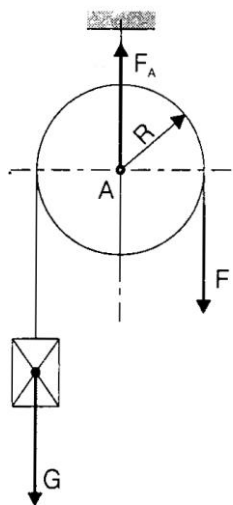
Téma: Jednoduché mechanizmy

Autor: Ing. Jaroslav Svoboda

Číslo: VY_32_INOVACE_10 – 19

**Anotace: Verbální a fyzikální popis jednoduchých mechanizmů.
Určeno pro první ročník strojírenství 23-41-M/01
Vytvořeno listopad 2012**

Pevná kladka



Podmínky rovnováhy

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_A - G - F = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad F \cdot R - G \cdot R = 0$$

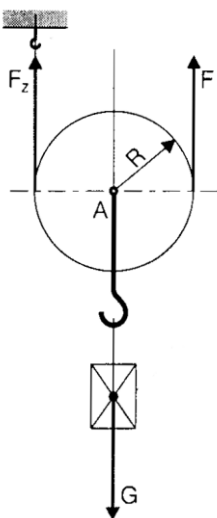
tažná síla

$$F = G = m \cdot g$$

namáhání závěsu

$$F_A = G + F = 2G = 2 \cdot m \cdot g$$

Volná kladka



Podmínky rovnováhy

$$\Sigma F_y = 0 \quad F_z + F - G = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad F \cdot R - F_z \cdot R = 0$$

Tažná síla

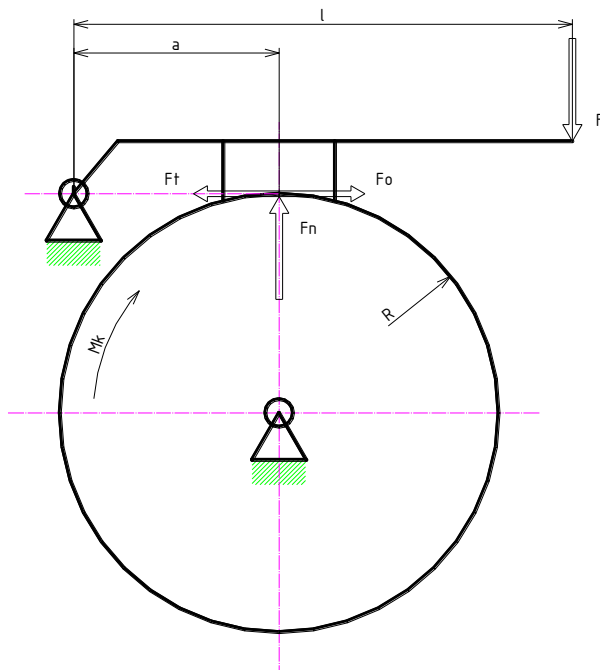
$$F = \frac{G}{2} = \frac{m \cdot g}{2}$$

Namáhání závěsu

$$F_z = F = \frac{G}{2} = \frac{m \cdot g}{2}$$

BRZDA JEDNOČELISTOVÁ BUBNOVÁ

U brzd se určuje síla potřebná k zabrždění nebo odbrždění. Kontroluje se tlak a oteplení třecích ploch. Dále kontrolujeme táhla a čepy. Tyto jsou většinou namáhány kombinovaným zatížením.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Rovnováha páky

$$F \cdot l - F_n \cdot a = 0 \Rightarrow F = \frac{F_n \cdot a}{l}$$

Obvodová síla

$$F_o = \frac{M_k}{R}$$

Třecí síla

$$F_t = F_n \cdot f$$

Obě síly se musí rovnat

$$\frac{M_k}{R} = F_n \cdot f \Rightarrow F_n = \frac{M_k}{R \cdot f}$$

Síly F_n dosadíme do rovnováhy páky

$$F = \frac{F_n \cdot a}{l} = \frac{M_k \cdot a}{R \cdot f \cdot l}$$

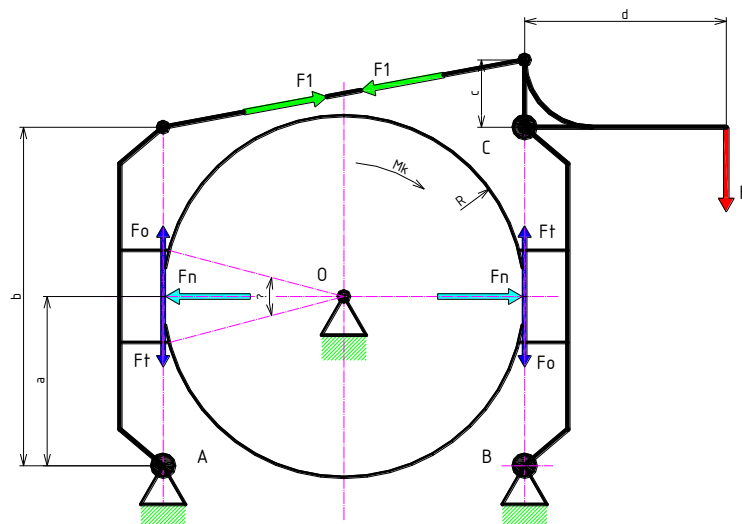
Převodový poměr páky

$$i = \frac{l}{a}$$

Po dosazení převodového poměru

DOPORUČENÉ TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchylky, doporučená hodnota
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment
R [mm]	Poloměr bubnu
i [-]	Převodový poměr brzdy
a, l [mm]	Rozměry pák
F_t [N]	Třecí síla
F_o [N]	Obvodová síla
F_n [N]	Normálová síla
F_a [N]	Přítlačná síla
f [-]	Součinitel tření Mazané ocelové lamely $f=0,03 \div 0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1 \div 0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3 \div 0,6$
η [-]	Účinnost brzdy $\eta=0,92 \div 0,94$
v [m.s-1]	Obvodová rychlost
n [s-1]	Otáčky hřídelí
p [Pa]	Skutečný tlak ve styčné ploše
p_D [Pa]	Dovolený tlak ve stykové ploše Ocel, ocel $p_D=0,3 \div 0,8$ Ocel, bronz $p_D=0,3 \div 0,8$


$$p = \frac{F_n}{\pi \cdot R \cdot t \cdot \frac{\alpha}{180}}$$
$$F_1 \cdot b - F_n \cdot a = 0 \Rightarrow F_1 = F_n \frac{a}{b}$$
$$F_2 \cdot c - F_1 \cdot d = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{d}{c}$$
$$F.l - F_2.e = 0 \Rightarrow F = F_2 \cdot \frac{e}{l}$$
$$M_k = 2.F_o.R = 2.F_n.f.R \Rightarrow F_n = \frac{M_k}{2.f.R}$$
$$F = F_2 \cdot \frac{e}{l} = F_1 \cdot \frac{d}{c} = F_n \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{M_k}{2 \cdot f \cdot R} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$
$$\frac{1}{i} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$
$$F = \frac{M_k}{2.f.R.i}$$
$$F = \frac{M_k}{2.f.R.i.\eta}$$

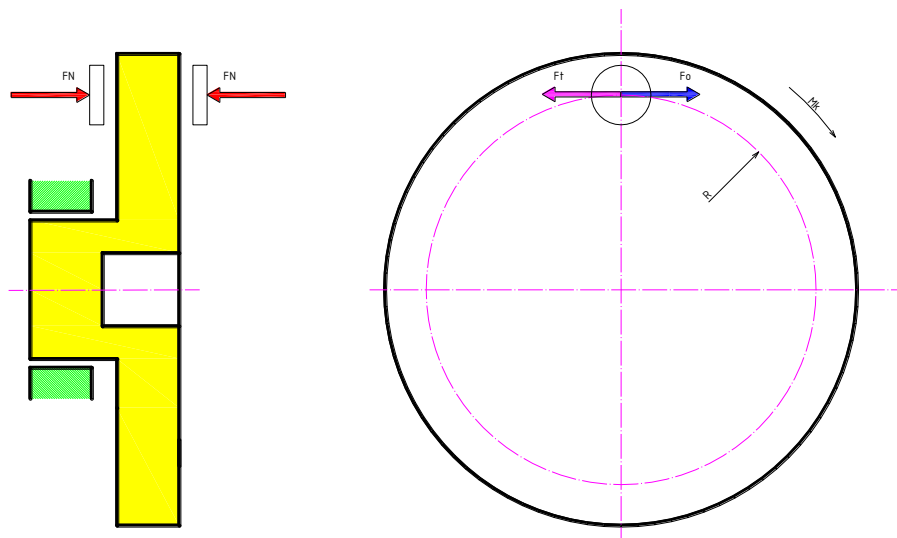
Podpora digitalizace a využití ICT na SPŠ CZ.1.07/1.5.00/34.0632

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchytky, doporučená hodnota
Mk[Nm]	Uzděný kroutící moment
R [mm]	Poloměr bubnu
i [-]	Převodový poměr brzdy
a,l[mm]	Rozměry pák
Ft[N]	Třecí síla
Fo[N.]	Obvodová síla
Fn[N]	Normálová síla
f[-]	Součinitel tření Mazané ocelové lamely $f=0,03\pm0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1\pm0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3\pm0,6$ Bronz, bronz, mazané $f=0,06\pm0,12$ Bronz, bronz, suché $f=0,2$ Ocel, kovokeramika $f=0,05$
η [-]	Účinnost brzdy $\eta=0,92\pm0,94$
v[m.s ⁻¹]	Obvodová rychlost
n[s ⁻¹]	Otáčky hřídelí
p[Pa]	Skutečný tlak ve styčné ploše
t[mm]	Šířka brzdnych čelistí
pD[Pa]	Dovolený tlak ve stykové ploše Ocel,ocel $pD=0,3\pm0,8$ Ocel,bronz $pD=0,3\pm0,8$ Bronz,bronz $pD=0,3\pm0,8$ Ocel, kovokeramika $pD=5$
[f.p.v] [W.mm ²]	Dovolená hodnota oteplení [f.p.v]=1,3...pro ferodo [f.p.v]=3÷5...pro kovokeramiku

BRZDA KOTOUČOVÁ

Kotoučová brzda se vyrábí v dvojím provedení. Provedení plovoucí kotouč (Fiat), nebo plovoucí třmen (W). Cílem je omezit ohybové namáhání kotouče při nestejném opotřebení třecích ploch. Pro svoji jednoduchost a spolehlivost se používá v automobilním průmyslu.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Třecí síla

$$F_t = F_N \cdot \mu$$

Třecí moment

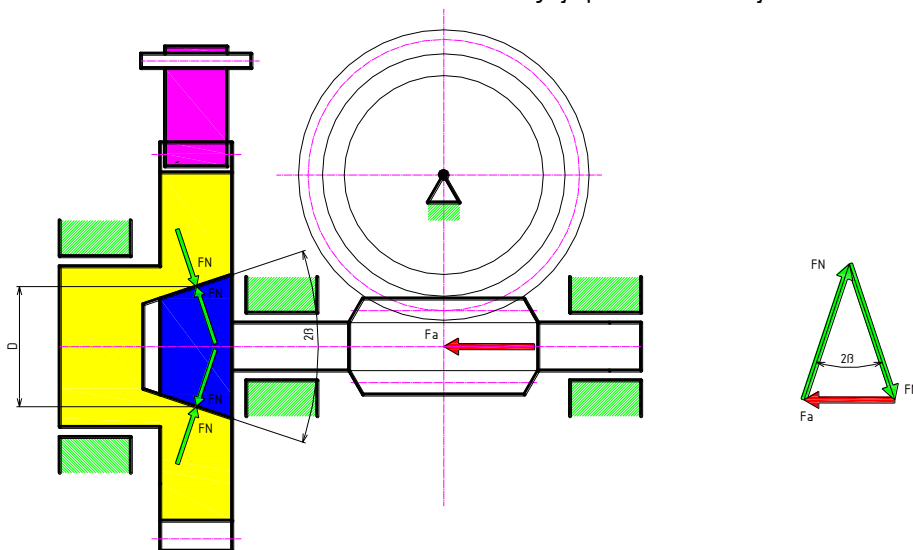
$$M_k = 2 \cdot F_t \cdot R$$

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchytky, doporučená hodnota
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment
R [mm]	Střední brzdící poloměr
F_N [N.]	Normálová síla
F_t [N]	Třecí síla
μ [-]	Součinitel smykového tření Mazané ocelové lamely $f=0,03 \div 0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1 \div 0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3 \div 0,6$ Bronz, bronz, mazané $f=0,06 \div 0,12$ Bronz, bronz, suché $f=0,2$ Ocel, kovokeramika $f=0,05$
η [-]	Účinnost brzdy $\eta=0,92 \div 0,94$

BRZDA KUŽELOVÁ, SAMOČINNÁ

Pásová brzda pracuje na principu vláknového tření. Vzhledem k velkému úhlu opásání mají pásové brzdy větší účinky než čelistové. Jednoduchá a diferenciální brzda mají brzdný účinek závislý na směru otáčení bubny. Součtová brzda má účinek stejný pro oba směry otáčení.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Rozklad sil na kuželové ploše

$$\sin \beta = \frac{F_a}{F_N}$$

$$F_N = \frac{F_a}{2 \cdot \sin \beta}$$

Třecí síla

$$F_t = F_N \cdot \mu$$

Třecí moment

$$M_k = F_t \cdot \frac{D}{2}$$

$$M_k = F_N \cdot \mu \cdot \frac{D}{2}$$

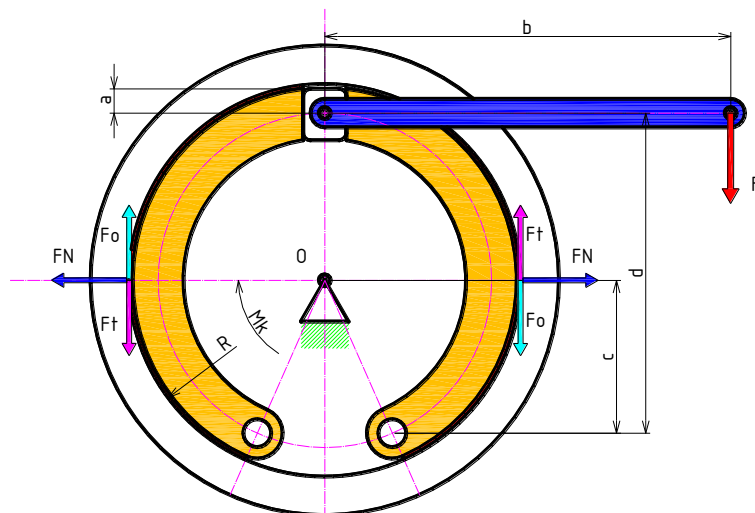
$$M_k = \frac{F_a}{2 \cdot \sin \beta} \cdot \mu \cdot \frac{D}{2}$$

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchytky, doporučená hodnota
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment
D [mm]	Střední průměr brzdícího kužele
i [-]	Převodový poměr šroubového soukolí
F_a [N.]	Axiální síla v soukolí
F_N [N.]	Normálová síla
F_t [N]	Třecí síla
2β [deg.]	Vrcholový úhel třecího kužele
μ [-]	Součinitel smykového tření Mazané ocelové lamely $f=0,03 \pm 0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1 \pm 0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3 \pm 0,6$ Bronz, bronz, mazané $f=0,06 \pm 0,12$ Bronz, bronz, suché $f=0,2$ Ocel, kovokeramika $f=0,05$
η [-]	Účinnost brzd $\eta=0,92 \pm 0,94$

BRZDA DVOUČELISTOVÁ, S VNITŘNÍMI ČELISTMI

Umístěním čelistí do bubnu můžeme ušetřit zastavěné místo. Celé zařízení je kompatibilní, dobře zajištěné proti nežádoucí manipulaci.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Ubržděný moment

$$M_k = 2 \cdot F_t \cdot R$$

Dosazením za třecí sílu

$$M_k = 2 \cdot F_N \cdot \mu \cdot R$$

Dosazení převodového poměru

$$M_k = 2 \cdot F \cdot \frac{b \cdot d}{a \cdot c} \cdot \mu \cdot R$$

Osamostatnění ovládací síly

$$F = \frac{M_k \cdot a \cdot c}{2 \cdot b \cdot d \cdot R \cdot \mu}$$

Převodový poměr pák

$$i = \frac{b \cdot d}{a \cdot c}$$

$$D = 2 \cdot R$$

Ovládací síla

$$F = \frac{M_k}{i \cdot \mu \cdot D}$$

Přidáním účinnosti získáme skutečnou brzdou sílu

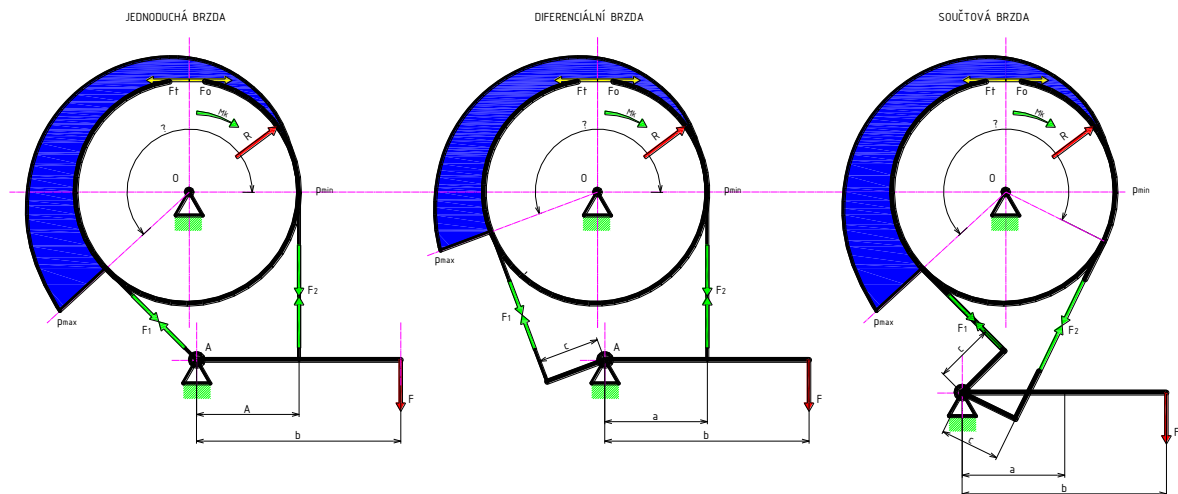
$$F = \frac{M_k}{i \cdot \mu \cdot D \cdot \eta}$$

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	Tolerance, Mezní úchylky, Doporučená hodnota	
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment	
R [mm]	Poloměr bubnu	
D [mm]	Průměr bubnu $D=2 \cdot R$	
a, b, c, d [mm]	Rozměry pák	
i [-]	Převodový poměr pák	
F [N]	Síla na páce	
F_0 [N]	Obvodová síla na čelistech	
F_t [N]	Třecí síla na čelistech	
η [-]	Účinnost brzdy $\eta=0,92 \pm 0,04$	
α [deg]	Úhel čelistí	
materiál	Součinitel tření[-]	Dovolený tlak[MPa]
Litina	0,1	1÷2
Topolové dřevo	0,2÷0,3	0,15÷0,3
Ferodo	0,3÷0,4	0,3÷0,6
Kovokeramika	0,3÷0,4	2,5÷5

BRZDA PÁSOVÁ, JEDNODUCHÁ, DIFERENCIÁLNÍ A SOUČTOVÁ

Pásová brzda pracuje na principu vláknového tření. Vzhledem k velkému úhlu opásání mají větší účinky než čelistové. Jednoduchá a diferenciální brzda mají brzdný účinek závislý na směru otáčení bubnu. Součtová brzda má účinek stejný pro oba směry otáčení.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Podle teorie vláknového tření platí

$$F_1 = F_2 \cdot e^{\alpha \cdot \mu}$$

Rovnováha páky brzdy k bodu A

$$F \cdot b - F_2 \cdot a = 0 \Rightarrow F = F_2 \cdot \frac{a}{b}$$

Rovnováha k bodu B

$$F \cdot l - F_2 \cdot e = 0 \Rightarrow F = F_2 \cdot \frac{e}{l}$$

Síla F_n určí z momentu F_o , ze smykového tření a předpokladu rovnosti F_o a F_t .

$$M_k = 2 \cdot F_o \cdot R = 2 \cdot F_n \cdot f \cdot R \Rightarrow F_n = \frac{M_k}{2 \cdot f \cdot R}$$

Postupným dosazením do rovnice rovnováhy k bodu B se vypočítá síla F potřebná k ubrždění M_k –

$$F = F_2 \cdot \frac{e}{l} = F_1 \cdot \frac{d}{c} = F_n \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{M_k}{2 \cdot f \cdot R} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Převodový poměr pák

$$\frac{1}{i} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Po dosazení převodového poměru

$$F = \frac{M_k}{2 \cdot f \cdot R \cdot i}$$

Skutečná síla pro ubrždění M_k

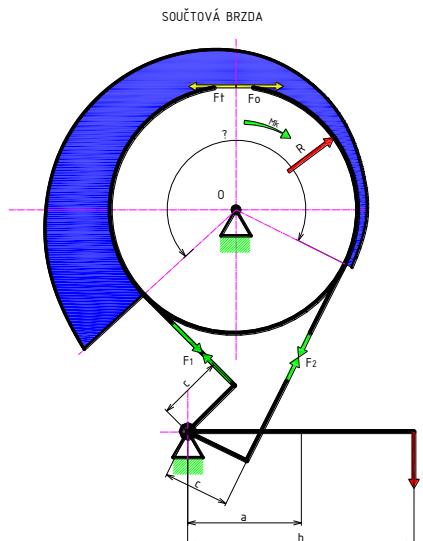
$$F = \frac{M_k}{R(e^{\alpha \cdot \mu} - 1) \cdot i \cdot \eta}$$

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchytky, doporučená hodnota
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment
R [mm]	Poloměr bubnu
a, b, c [mm]	Rozměry pák
i [-]	Převodový poměr brzdy
F_1, F_2 [N]	Síly v pásech
F [N.]	Síla na páce
F_o [N]	Obvodová síla na bubnu
μ [-]	Součinitel smykového tření Mazané ocelové lamely $f=0,03 \div 0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1 \div 0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3 \div 0,6$ Bronz, bronz, mazané $f=0,06 \div 0,12$ Bronz, bronz, suché $f=0,2$ Ocel, kovokeramika $f=0,05$
η [-]	Účinnost brzdy $\eta=0,92 \div 0,94$
e [-]	Základ přirozených logaritmů $e=2,71$
α [rad]	Úhel opásání $\alpha[rad] = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$

BRZDA SOUČTOVÁ, PÁSOVÁ

Pásová brzda pracuje na principu vláknového tření. Vzhledem k velkému úhlu opásání mají pásové brzdy větší účinky než čelistové. Jednoduchá a diferenciální brzda mají brzdný účinek závislý na směru otáčení bubnu. Součtová brzda má účinek stejný pro oba směry otáčení.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

Podle teorie vláknového tření platí

$$F_1 = F_2 \cdot e^{\alpha \cdot \mu}$$

Rovnováha bubnu s dosazením vláknového tření

$$1. \quad F_o + F_2 - F_1 = 0$$

$$F_o + F_2 - F_2 \cdot e^{\alpha \cdot \mu} = 0$$

$$F_o = F_2 \cdot (e^{\alpha \cdot \mu} - 1)$$

Rovnováha páky brzdy k bodu A

$$2. \quad F \cdot b - F_2 \cdot c - F_1 \cdot c = 0$$

$$F \cdot b - F_2 \cdot c - F_2 \cdot e^{\alpha \cdot \mu} \cdot c = 0$$

$$F_2 = \frac{F \cdot b}{c \cdot (1 - e^{\alpha \cdot \mu})}$$

Obvodová síla z momentu na bubnu

$$3. \quad F_o = \frac{M_k}{R}$$

Srovnáním rovnic 1 a 3 a dosazením F2 rovnice

2

$$F_2 \cdot (e^{\alpha \cdot \mu} - 1) = \frac{M_k}{R}$$

$$\frac{F \cdot b}{c \cdot (1 - e^{\alpha \cdot \mu})} \cdot (e^{\alpha \cdot \mu} - 1) = \frac{M_k}{R}$$

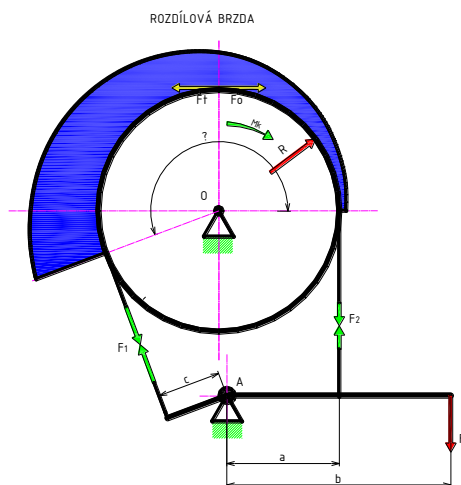
$$F = \frac{M_k \cdot c \cdot (1 - e^{\alpha \cdot \mu})}{R \cdot b \cdot (e^{\alpha \cdot \mu} - 1)}$$

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezí úchytky, doporučená hodnota
M _k [Nm]	Uzděný krouticí moment
R[mm]	Poloměr bubnu
a,b,c[mm]	Rozměry pák
i[-]	Převodový poměr brzdy
F ₁ ,F ₂ [N]	Síly v pásech
F[N.]	Síla na páce
F _o [N]	Obvodová síla na bubnu
μ[-]	Součinitel smykového tření Mazané ocelové lamely f=0,03÷0,09 Suché ocelové lamely f=0,1÷0,2 Ocel, ferodo f=0,3÷0,6 Bronz, bronz, mazané f=0,06÷0,12 Bronz, bronz, suché f=0,2 Ocel, kovokeramika f=0,05
η[-]	Účinnost brzdy η=0,92÷0,94
e[-]	Základ přirozených logaritmů e=2,71
α[rad]	Úhel opásání $\alpha[rad] = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$

BRZDA ROZDÍLOVÁ, PÁSOVÁ

Pásová brzda pracuje na principu vláknového tření. Vzhledem k velkému úhlu opásání mají pásové brzdy větší účinky než čelistové. Jednoduchá a diferenciální brzda mají brzdný účinek závislý na směru otáčení bubnu. Součtová brzda má účinek stejný pro oba směry otáčení.



VÝPOČTOVÉ VZTAHY

$$F = \frac{M_k \cdot (a - e^{\alpha\mu} \cdot c)}{R \cdot b \cdot (e^{\alpha\mu} - 1) \eta}$$

Podle teorie vláknového tření platí

$$F_1 = F_2 \cdot e^{\alpha\mu}$$

Rovnováha bubnu s dosazením vláknového tření

$$\begin{aligned} 1. \quad & F_1 - F_2 - F_o = 0 \\ & F_2 \cdot e^{\alpha\mu} - F_2 - F_o = 0 \\ & F_o = F_2 (e^{\alpha\mu} - 1) \end{aligned}$$

Rovnováha páky brzdý k bodu A

$$\begin{aligned} 2. \quad & F \cdot b + F_1 \cdot c - F_2 \cdot a = 0 \\ & \text{Dosazením podmínky vláknového tření} \\ & F \cdot b + F_2 \cdot e^{\alpha\mu} \cdot c - F_2 \cdot a = 0 \\ & F \cdot b + F_2 \cdot (e^{\alpha\mu} \cdot c - a) = 0 \\ & F_2 = \frac{F \cdot b}{a - e^{\alpha\mu} \cdot c} \end{aligned}$$

Obvodová síla z momentu na bubnu

$$3. \quad F_o = \frac{M_k}{R}$$

Srovnáním rovnic 1 a 3 a dosazením F2 z rovnice 2

$$\begin{aligned} F_2 \cdot (e^{\alpha\mu} - 1) &= \frac{M_k}{R} \\ \frac{F \cdot b}{a - e^{\alpha\mu} \cdot c} \cdot (e^{\alpha\mu} - 1) &= \frac{M_k}{R} \\ F &= \frac{M_k \cdot (a - e^{\alpha\mu} \cdot c)}{R \cdot b \cdot (e^{\alpha\mu} - 1)} \end{aligned}$$

Přidáním účinnosti získáme skutečnou brzdou sílu

SYMBOLY, ZNAČKY A TOLERANCE

Rozměr	tolerance, mezní úchytky, doporučená hodnota
M_k [Nm]	Uzděný krouticí moment
R [mm]	Poloměr bubnu
a, b, c [mm]	Rozměry pák
i [-]	Převodový poměr brzdý
F_1, F_2 [N]	Síly v pásech
F [N]	Síla na páce
F_o [N]	Obvodová síla na bubnu
μ [-]	Součinitel smykového tření Mazané ocelové lamely $f=0,03 \div 0,09$ Suché ocelové lamely $f=0,1 \div 0,2$ Ocel, ferodo $f=0,3 \div 0,6$ Bronz, bronz, mazané $f=0,06 \div 0,12$ Bronz, bronz, suché $f=0,2$ Ocel, kovokeramika $f=0,05$
η [-]	Účinnost brzdý $\eta=0,92 \div 0,94$
e [-]	Základ přirozených logaritmů $e=2,71$
α [rad]	Úhel opásání $\alpha[\text{rad}] = \frac{\pi \cdot \alpha}{180}$

Otázky a úkoly:

1. Jaký je rozdíl mezi volnou a pevnou kladkou
2. Nakresli a popiš špalíkovou brzdu. Odvoď vztah mezi ovládací silou a ubržděným momentem.
3. Nakresli kotoučovou brzdu. Odvoď vztah mezi ovládací silou a ubržděným momentem.
4. Nakresli uželovou samočinnou brzdu. Odvoď vztah mezi ovládací silou a ubržděným momentem.
5. Nakresli všechna uspořádání pásových brzd, popiš jejich vlastnosti a odvoď vztahy mezi ovládací silou a ubržděným momentem.

Použitá literatura

- [1] Salaba,S. Matěna,A. *Mechanika I statika*. 1.vydání Praha: SNTL, 1977.
Kapitola 9, s.97
- [2] Hofírek,M. *Mechanika statika učebnice*. 1.vydání Praha Fragment 1997. Kapitola 10, s.77
- [3] Turek,I. Skala,O. Haluška,J. *Mechanika sbírka úloh*. 2.vydání Praha: SNTL, 1982.Kapitola 1