



Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1
Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název: Mechanika, statika

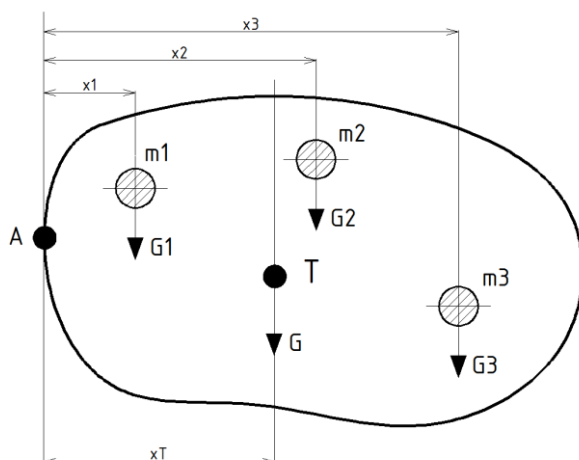
Téma: Těžiště a zjištění jeho polohy

Autor: Ing. Jaroslav Svoboda

Číslo: VY_32_INOVACE_10 – 15

**Anotace: Určení polohy těžiště čáry a plochy.
Určeno pro první ročník strojírenství 23-41-M/01.
Vytvořeno září 2012**

1. Těžiště a zjištění jeho polohy



Těleso o hmotnosti m si můžeme představit složené z jednotlivých těles, $m_1, m_2, \dots, m_n$. Tíhy těchto těles jsou $G_1, G_2, \dots, G_n$. Výsledná tíhová síla je jejich součtem

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

Tato síla prochází **těžištěm tělesa**.

Vzhledem k libovolnému (například A) platí základní podmínka pro momenty elementárních tíhových sil. Součet těchto elementárních momentů se rovná momentu výsledné tíhové síly ke zvolenému bodu A.

Matematické vyjádření momentové věty je:

$$M = \sum_{i=1}^{i=n} M_i = G_1 \cdot x_1 + G_2 \cdot x_2 + \dots + G_n \cdot x_n$$

Odtud pak poloha těžiště vzhledem ke zvolenému bodu A

$$x_T = \frac{G_1 \cdot x_1 + G_2 \cdot x_2 + \dots + G_n \cdot x_n}{G} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} G_i \cdot x_i}{G}$$

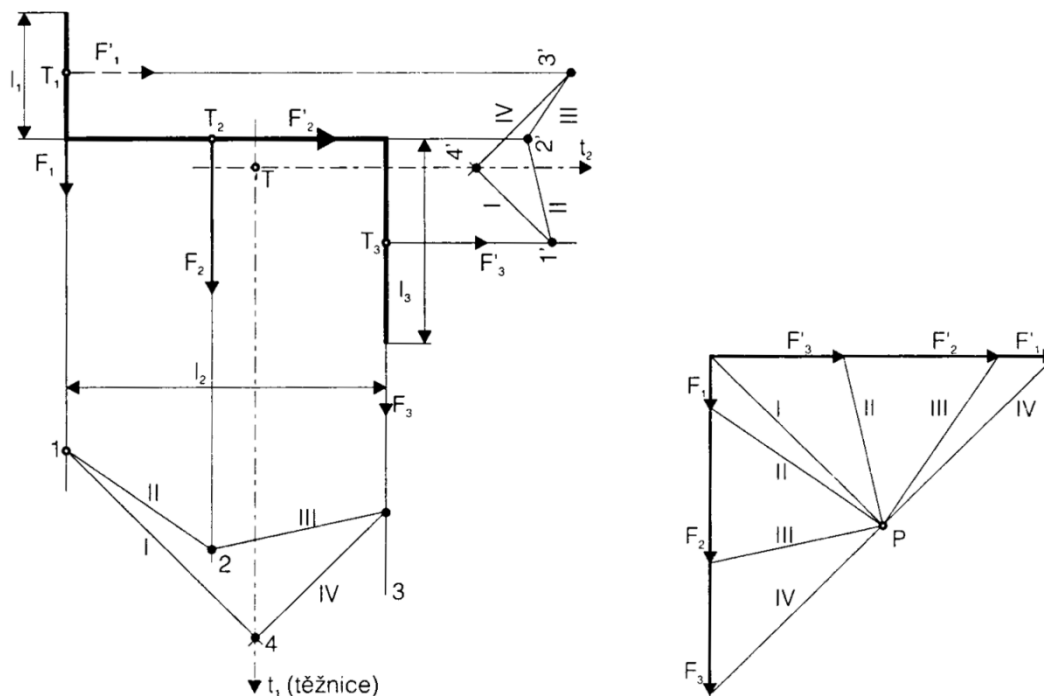
Na základě těchto poznatků můžeme určit polohu těžiště ať čáry, plochy nebo tělesa.

Všechny metody k určení těžiště můžeme rozdělit na grafické a počtářské řešení.

2. Grafická metoda zjištění polohy těžiště čáry

Na obrázku je čára složená ze tří úsečků. Máme najít polohu těžiště.

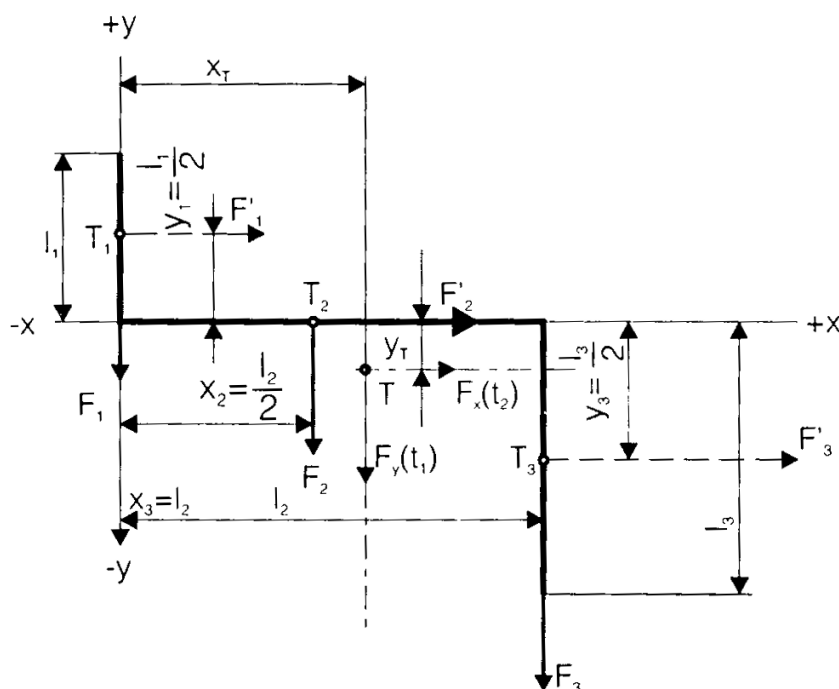
Postup řešení:



1. Zadanou čáru rozdělíme na úseky o délce l_1 , l_2 , l_3 .
2. V těchto úsecích vyznačíme polohy těžiště T_1 , T_2 , T_3 .
3. V těžištích necháme působit síly úměrné délce úseku a to ve dvou (zpravidla na sebe kolmých směrech).
4. Nalezneme výslednici rovnoběžných sil postupně v obou směrech.
5. V průsečíku obou výslednic leží těžiště.

3. Počtářská metoda zjištění polohy těžiště čáry

postup řešení:



1. Libovolně zvolíme souřadnicový systém x,y
2. Čáru rozdělíme na úseky l_1, l_2, l_3 a nakreslíme těžiště těchto úseků.
3. V těžišti necháme působit síly úměrné velikosti úseků.
4. Zjistíme velikost souřadnic těžišť úseků ($x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$)
5. Ve svislém směru platí:

$$F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 = F_v \cdot x_T = F_y \cdot x_T$$

$$F_v = F_1 + F_2 + F_3 = F_x = F_y$$

6. Pak vzdálenost těžiště ve směru x

$$x_T = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3}{F_v} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot x_i}{F_v}$$

7. Ve vodorovném směru platí:

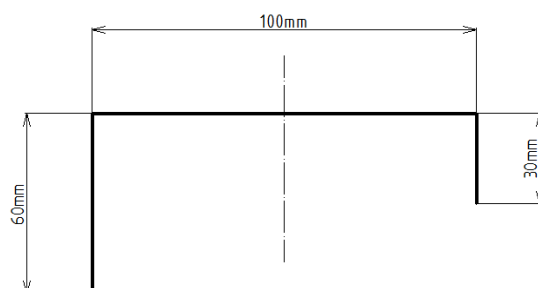
$$F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3 = F_y \cdot y_T = F_v \cdot y_T$$

8. Vzdálenost těžiště ve směru y

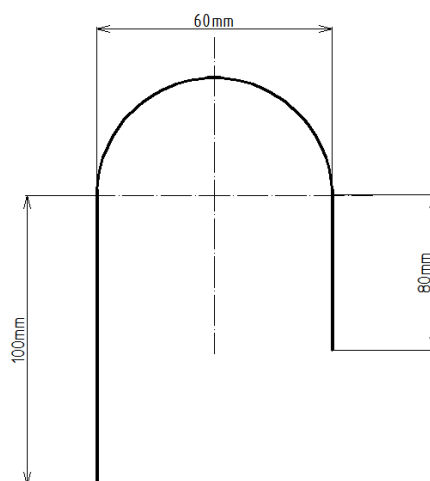
$$y_T = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3}{F_v} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} F_i \cdot y_i}{F_v}$$

4. Otázky a úkoly:

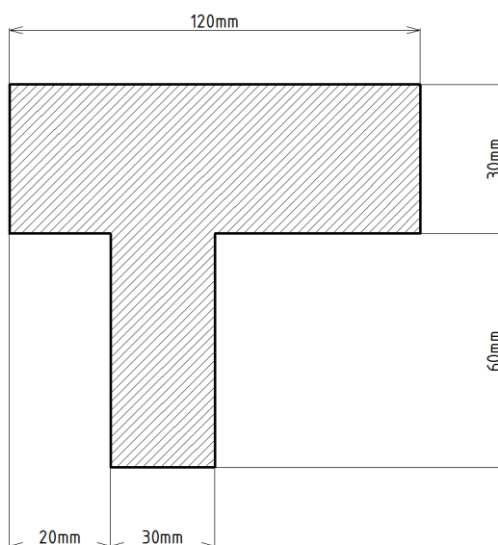
1. Určete graficky a početně polohu těžiště.



2. Určete graficky a početně polohu těžiště



3. Určete početně a graficky polohu těžiště.



4. Určete početně a graficky polohu těžiště.

