



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Název: Binomická věta

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_03 – 09

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů kombinatoriky. V prezentaci je uvedena binomická věta, její souvislost s Pascalovým trojúhelníkem, vzorec pro k-tý člen binomického rozvoje. V závěru je několik příkladů pro typické použití binomické věty.*

Červenec 2013

Úloha 1

Vypočtete postupně mocniny dvojčlenu $a + b$

$(a + b)^n$, pro $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Všimněte si koeficientů u jednotlivých členů ve vypočtených mocninách.

Koeficienty porovnejte s Pascalovým trojúhelníkem.

Tedy:

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Porovnání:

šestý řádek Pascalova trojúhelníku:

1 5 10 10 5 1

$(n + 1)$. řádek Pascalova trojúhelníku

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n-1}, \binom{n}{n}$$

BINOMICKÁ VĚTA

Pro každé reálné číslo a , b a pro každé přirozené číslo n platí:

$$(a + b)^n =$$

$$\binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

BINOMICKÁ VĚTA zkrácený zápis

Pro každé reálné číslo a , b a pro každé přirozené číslo n platí:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

BINOMICKÁ VĚTA

Poznámka 1:

Koeficienty rozvoje n – té mocniny dvojčlenu odpovídají $(n+1)$. řádku Pascalova trojúhelníku.

Koeficient k – tého členu rozvoje $(a + b)^n$:

$$\binom{n}{k-1}$$

BINOMICKÁ VĚTA

Poznámka 2:

Součet exponentů mocnin jednotlivých členů rozvoje

$(a + b)^n$ je právě n .

Exponent mocniny se základem a klesá,
exponent mocniny se základem b roste.

BINOMICKÁ VĚTA k – $tý$ člen rozvoje

$$\binom{n}{k-1} a^{n-(k-1)} b^{k-1}$$

Úloha 2

Použitím binomické věty vypočtete:

1. $(2x^3 - y^5)^6$

2. $1,01^5$

3. $0,99^6$

Úloha 3

Použitím binomické věty vyjádřete v algebraickém tvaru :

$$\left(\sqrt{3} - i\sqrt{3}\right)^6$$

Úloha 4

1. Použitím binomické věty sečtěte jedenáctý a pak dvanáctý řádek Pascalova trojúhelníku.
2. Určete čtvrtý člen rozvoje výrazu $(1 - i)^8$.

Úloha 5

Určete absolutní člen binomického rozvoje výrazu:

$$\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^6$$

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Calda, E., Dupač V. *Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. vydání Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-147-7