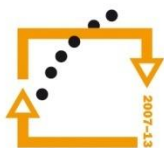




MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Název: Vlastnosti kombinačních čísel

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_03 – 08

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů kombinatoriky, je uvedena definice kombinačního čísla, vlastnosti kombinačních čísel a příklad i úlohy k procvičení těchto vlastností. Dále je zaveden Pascalův trojúhelník a je uvedena souvislost mezi vlastnostmi kombinačních čísel a jejich znázornění v Pascalově trojúhelníku.*

Červenec 2013

KOMBINAČNÍ ČÍSLO $\binom{n}{k}$

Definováno pro všechna celá nezáporná čísla n a k :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

KOMBINAČNÍ ČÍSLO $\binom{n}{k}$

$$k = 0: \quad \binom{n}{0} = \frac{n!}{0!n!} = 1$$

$$k = n: \quad \binom{n}{n} = \frac{n!}{n!0!} = 1$$

KOMBINAČNÍ ČÍSLO $\binom{n}{k}$

$$k = 1: \quad \binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

Tedy pro přirozená n platí:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{1} = n$$

KOMBINAČNÍ ČÍSLO $\binom{n}{k}$

Poznámka:

$$\binom{n}{n} = 1 \quad \text{počet všech } n\text{-prvkových} \\ \text{podmnožin } n\text{-prvkové množiny}$$

$$\binom{n}{1} = n \quad \text{počet všech } \textit{jednoprvkových} \\ \text{podmnožin } n\text{-prvkové množiny}$$

KOMBINAČNÍ ČÍSLO $\binom{n}{k}$

$$k = n = 0: \quad \binom{0}{0} = \frac{0!}{0!0!} = 1$$

$$\binom{0}{0} = 1$$

VLASTNOSTI KOMBINAČNÍCH ČÍSEL

Vlastnost (1)

Pro všechna celá nezáporná n a k , $k \leq n$ platí:

$$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$$

Úloha 1

Proveďte důkaz výše uvedené věty z definice kombinačního čísla.

VLASTNOSTI KOMBINAČNÍCH ČÍSEL

Vlastnost (2)

Pro všechna celá nezáporná n a k ,
 $k < n$ platí:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Příklad

Pomocí uvedených vlastností (1) a (2) vypočtěte :

$$\begin{pmatrix} 39 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 39 \\ 32 \end{pmatrix} =$$

$$(\textit{vlastnost\textbf{1}}) = \begin{pmatrix} 39 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 39 \\ 7 \end{pmatrix} =$$

$$(\textit{vlastnost\textbf{2}}) = \begin{pmatrix} 40 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Úloha 2

Vypočtete:

$$\binom{51}{3} + \binom{51}{47} =$$

Užitím vztahu:

$$\binom{10}{10} = \binom{11}{11}$$

Vypočtete:

$$\binom{10}{10} + \binom{11}{10} + \binom{12}{10} + \binom{13}{10}$$

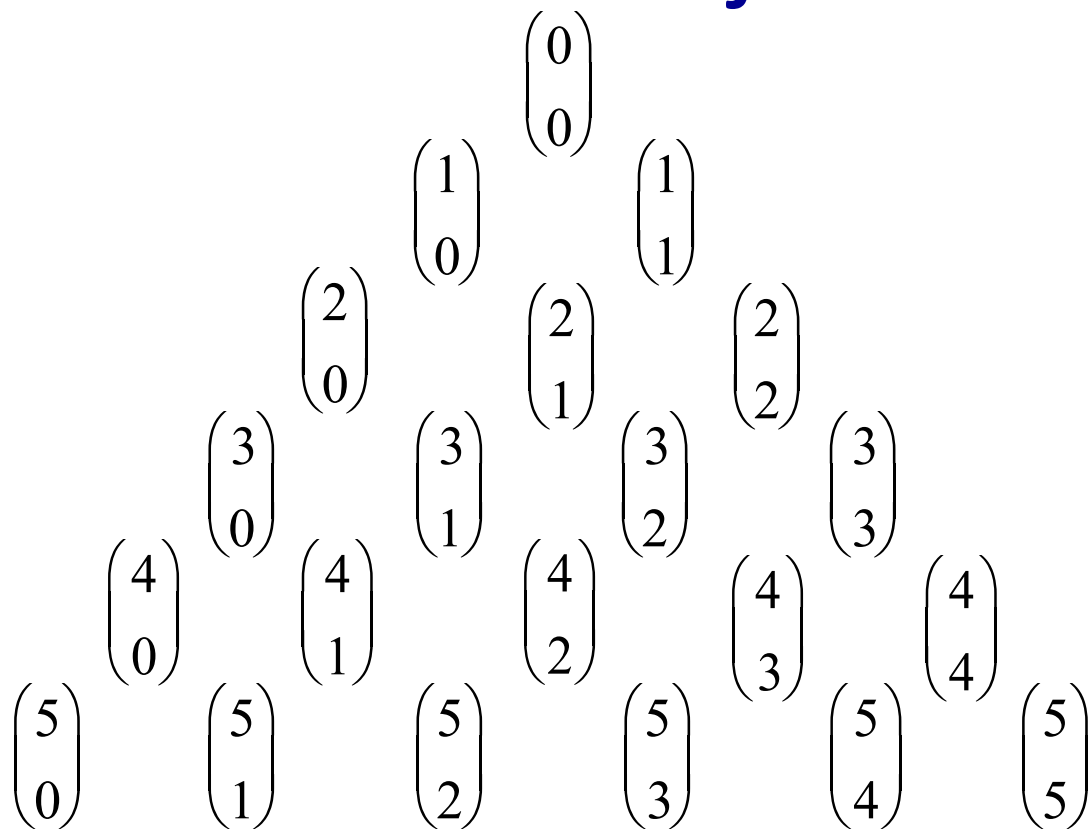
Úloha 3

V množině přirozených čísel řešte rovnice:

$$\binom{n}{n-2} + \binom{n}{n-1} = \binom{n+1}{2}$$

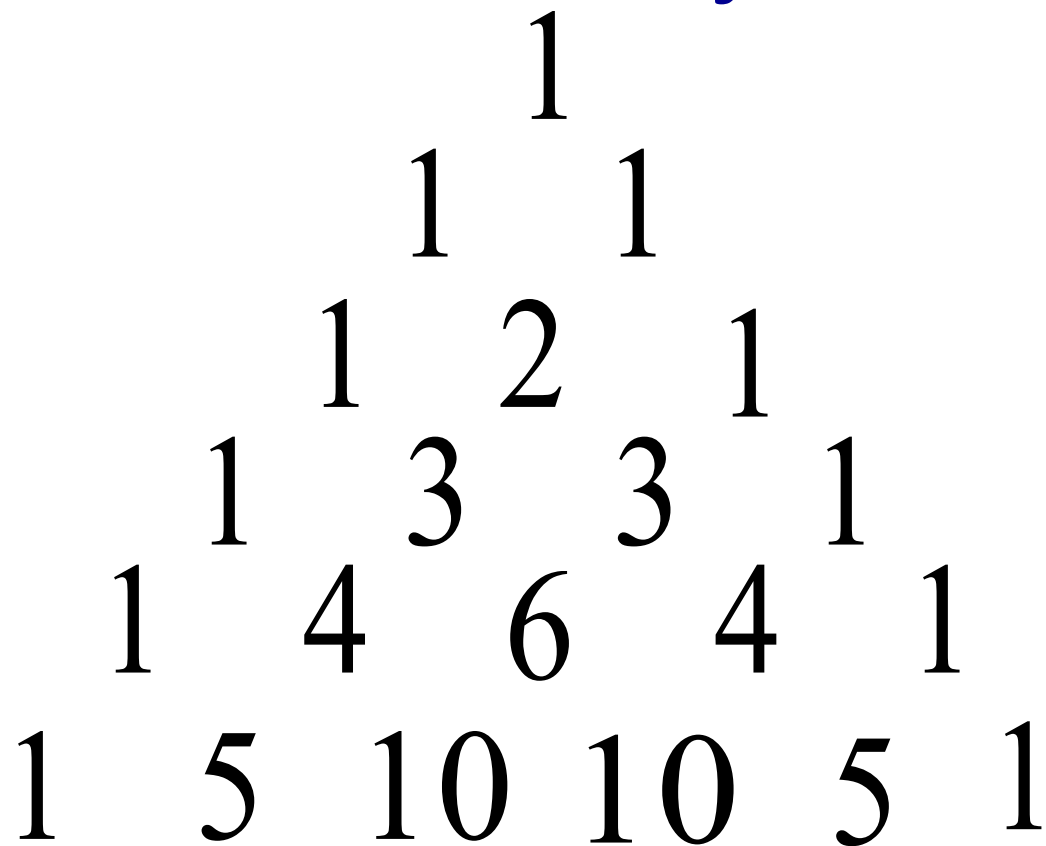
$$\binom{n}{n-2} - \binom{n+1}{n} = 4$$

Pascalův trojúhelník



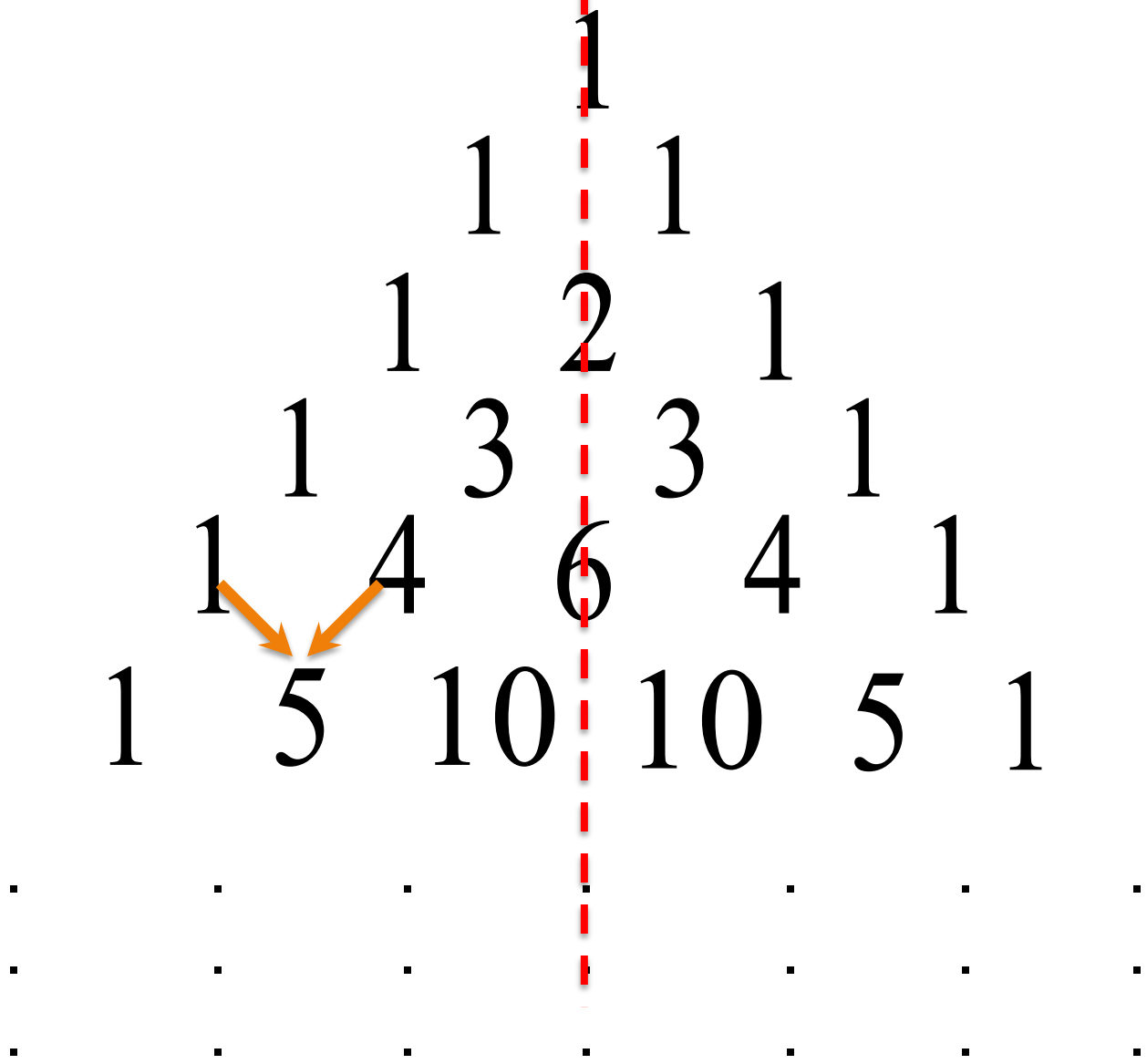
• • • • •
• • • • •
• • • • •

Pascalův trojúhelník



· · · · ·
· · · · ·
· · · · ·

Pascalův trojúhelník - vlastnosti



Úloha 4

Nalezněte v Pascalově trojúhelníku další vlastnosti kombinačních čísel, popřípadě další zákonitosti.

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Calda, E., Dupač V. *Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. vydání Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-147-7