



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Téma: Permutace s opakováním

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_03 – 06

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů kombinatoriky, zavádí pojem permutace s opakováním, uvádí jejich příklady. Je zaveden vzorec pro výpočet počtu permutací s opakováním a příklady k jeho použití při výpočtech.*

září 2012

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

- Tvoříme skupiny, ve kterých ZÁLEŽÍ na pořadí prvků ve skupině.
- Ve skupině je každý z daných n prvků zastoupen aspoň jednou, v předem určeném počtu.
- Označme prvky $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- Prvek a_1 je zastoupen k_1 – krát,
 a_2 je zastoupen k_2 – krát, ...
 a_n je zastoupen k_n – krát.
- Skupiny nazýváme *permutace s opakováním*.

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Příklad 1:

Vypište všechny uspořádané skupiny ze dvou prvků a, b , ve kterých se vyskytuje prvek a dvakrát, prvek b třikrát. ($k_1 = 2, k_2 = 3$).

Řešení:

$(a, a, b, b, b), (a, b, a, b, b), (a, b, b, a, b), (a, b, b, b, a),$
 $(b, a, a, b, b), (b, a, b, a, b), (b, a, b, b, a), (b, b, a, a, b)$
 $(b, b, a, b, a), (b, b, b, a, a)$

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Definice:

Permutace s opakováním z n prvků je uspořádaná k – tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje *aspoň jednou*.

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

POČET PERMUTACÍ S OPAKOVÁNÍM:

Značení: $P'(k_1, k_2, \dots, k_n)$

počet permutací s opakováním z n prvků, v nichž se jednotlivé prvky opakují $k_1, k_2, \dots, k_n$ - krát .

$$P'(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Úloha 1:

Určete počet všech anagramů, které lze vytvořit ze slova POPOCATEPETL.

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Úloha 2:

Určete počet všech deseticiferných přirozených čísel, jejichž ciferný součet je roven třem.

PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM

Úloha 3:

Kolika způsoby lze ubytovat deset hostů

a) v jednom čtyřlůžkovém pokoji a dvou třílůžkových pokojích,

b) ve dvou třílůžkových a dvou dvoulůžkových pokojích?

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Calda, E., Dupač V. *Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. vydání Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-147-7
- Bušek, I. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 3. vydání Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-140-X