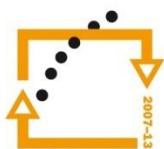




MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Kombinatorika

Název: Permutace

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_03 – 03

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů kombinatoriky. Je definována permutace bez opakování, odvozen vzorec pro výpočet počtu permutací. Je zaveden pojem n -faktoriál.*

Srpen 2012

Permutace

- **Permutace** tvoříme podle následujícího návodu:
Máme k dispozici n prvků a chceme z nich vytvořit skupiny o n prvcích, přičemž *záleží* na pořadí prvků.
- Speciální případ variace pro $k = n$.

Definice:

Permutace z n prvků je uspořádaná n – tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje *právě jednou*.

Permutace

Příklad 1: Ze zadaných prvků vytvořte všechny permutace: # ,  , 

Řešení:

(# ,  , )

( ,  , #)

( , # , )

(# ,  , )

( , # , )

( ,  , #)

Počet permutací

- Permutace je speciální případ variace ($k = n$).
- Pro určení počtu permutací použijeme stejný vzorec jako pro určení počtu variací.

$$V(k,n) = n.(n-1).(n-2).....(n - k + 1)$$

- je-li $k = n$

$$V(n,n) = n.(n-1).(n-2).....2.1$$

Značení:

počet permutací z n prvků: $P(n)$

$$P(n) = n.(n-1).(n-2).....2.1$$

Počet permutací

Příklad 2: Určete,

- a) kolika způsoby se v pětimístné lavici může posadit pět žáků,
- b) přidaná podmínka: dva chtějí sedět vedle sebe.

Řešení:

požadovaná skupina je permutací:

a) $P(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

- b) dva žáci, kteří chtějí sedět vedle sebe vytvoří jeden prvek:

$$P(4) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

v prvku vytvořeném dvěma žáky: $P(2) = 2$

Celkový počet: $P(4) \cdot P(2) = 48$

(kombinatorické pravidlo součinu)

Úlohy 1:

1. Kolika způsoby lze postavit do řady vedle sebe na policičku 15 různých knih?
2. Kolika způsoby lze postavit do řady vedle sebe na policičku 15 různých českých knih a 10 různých slovenských knih tak, že nejprve budou knihy české a pak vedle nich slovenské?

n - faktoriál

- Pro zjednodušení zápisu $n.(n-1).(n-2).....2.1$, kde n přirozené číslo, zavádíme symbol $n!$:

$$n! = n.(n-1).(n-2).....2.1$$

- Dodefinujeme $0! = 1$
- Pomocí tohoto symbolu vyjádříme vzorec pro určení počtu variací a vzorec pro určení počtu permutací

$$V(k,n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$P(n) = n!$$

Úpravy výrazů s faktoriály

Příklad 3: Zjednodušte výrazy

$$1. \quad \frac{(n+2)!}{n!} - \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$2. \quad \frac{(n-1)!}{(n+1)!} - \frac{(3n+3)!}{(3n+4)!}$$

Úlohy 2:

1. Řešte v množině přirozených čísel

$$(n+1)! = 110(n-1)!$$

2. *Caesarova substituční šifra*: šifrovací abeceda vznikla posunem o tři pozice proti abecedě původní. Určete počet šifer, které mohou vzniknout posunem šifrovací abecedy vůči původní s 26 písmeny.

Kolik takových šifer může vzniknout, budeme-li řadit písmena libovolným způsobem?

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Calda, E., Dupač, V. *Matematika pro gymnázia. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-147-7
- Calda, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU 3.díl*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-109-4
- Petáková, J. *Matematika příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2009. ISBN 978-80-7196-099-7