



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Kombinatorika

Název: Kombinatorické pravidlo součtu a součinu

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_03 – 01

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů kombinatoriky. Určuje předmět kombinatoriky, je probráno kombinatorické pravidlo součinu, kombinatorické pravidlo součtu a předvedeny ilustrační úlohy.*

Srpen 2012

Kombinatorika

- Patří do tzv. *finitní nebo diskrétní* matematiky
- Zabývá se pouze konečnými množinami.
- Řeší úlohy typu kolika způsoby lze vybrat nebo uspořádat objekty určitých vlastností.
- K vyřešení úloh nestačí pouze dosazování do vzorců, často není možné ověřit správnost výsledku.
- Řeší problémy techniky, ekonomie a dalších oborů, například sestavování a luštění kódů...

Trocha z historie kombinatoriky

- První použití kombinatorických pravidel – Čína (*Kniha proměn*) a Indie kolem 2000 př.n.l.
- Egypt kolem 1650 př.n.l. *Rhindův papyrus*:



Obr.1

Trocha z historie kombinatoriky

Kabalistická kniha *Sefer Yetzirah*

(Kniha stvoření) datovaná do 2.století n.l. uvádí:

Ze dvou kamenů postavíš dva domy, ze třech kamenů postavíš šest domů...

16. století *rozvoj hazardních her a loterií*

20. století *plánování, luštění šifer*

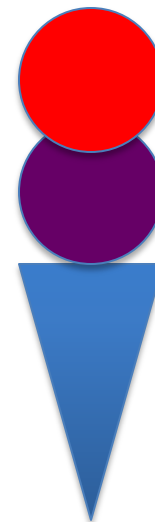
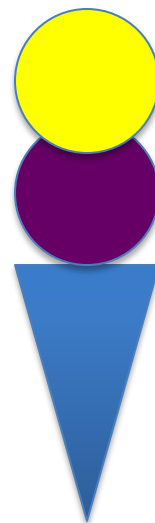
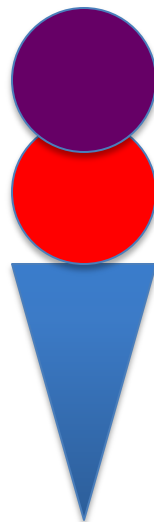
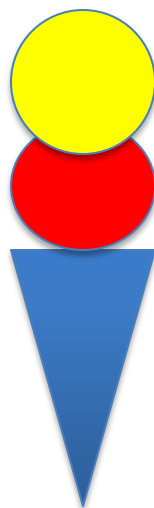
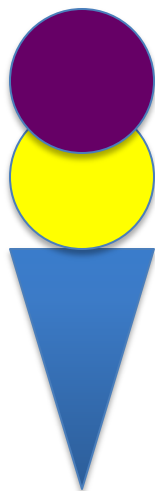
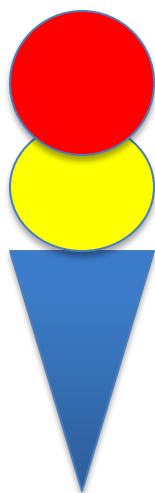
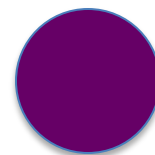
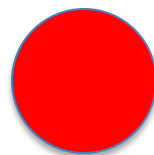
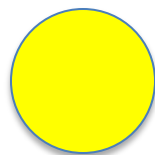
Kombinatorické pravidlo součinu

Příklad 1: Kolik existuje různých způsobů sestavení dvoukopečkových porcí zmrzliny, jestliže máme k dispozici

vanilkovou, jahodovou a rybízovou zmrzlinu?

V porci musí být kopečky odlišných příchutí.

Řešení:



Obr.2

Kombinatorické pravidlo součinu

Příklad 2: Kolik existuje různých devítimístných telefonních čísel?

Řešení: na prvním místě může být 9 číslic,
na prvním místě nebude nula,
na druhém a každém dalším místě 10 číslic.

□ □ □ □ □ □ □ □ □

Celkový počet telefonních čísel je dán součinem:
 $9 \cdot 10^8$

Kombinatorické pravidlo součinu

Počet uspořádaných k – tic,
jejichž první člen lze vybrat n_1 způsoby
a každý další lze vybrat po výběru všech
předcházejících postupně $n_2, n_3, n_4, \dots, n_k$
způsoby,
je roven

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$$

Úloha 1

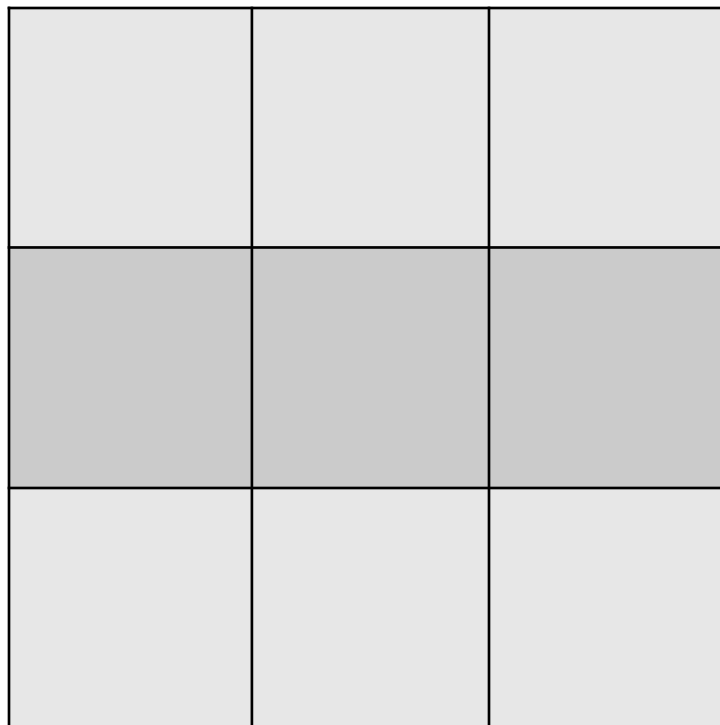
V překladatelské kanceláři potřebují po jednom slovníku pro překlad z češtiny, angličtiny, němčiny, ruštiny a francouzštiny do každého z těchto jazyků. Určete počet slovníků, které si musí opatřit.

Úloha 2

Vysvětlete, co tvrdí kniha *Sefer Yetzirah*:
Ze dvou kamenů postavíš dva domy,
ze třech kamenů postavíš šest domů...

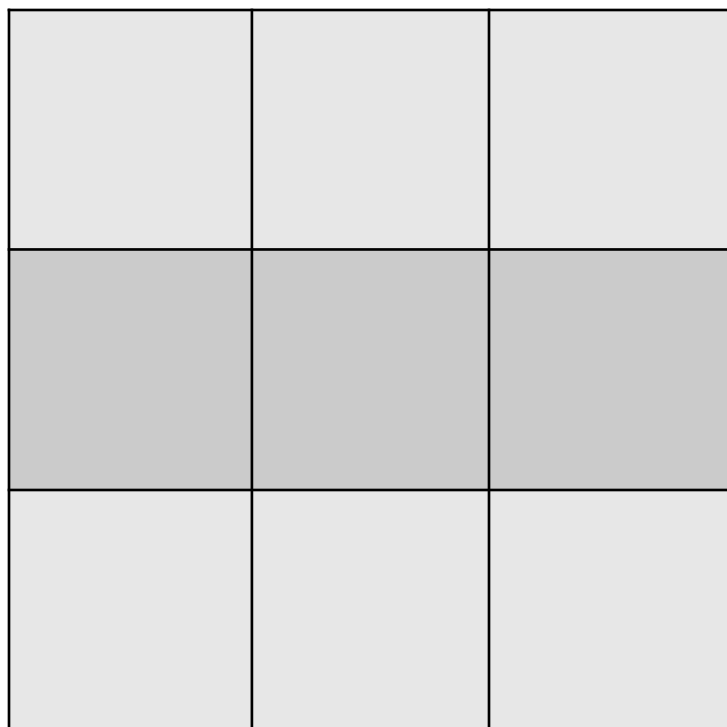
Kombinatorické pravidlo součtu

Příklad 3: Ve čtvercové síti 3×3 určete počet všech čtverců, jejichž strany leží na přímkách sítě.



Obr.3

Kombinatorické pravidlo součtu



Řešení:

Množina A je množina všech čtverců podle příkladu 4.

Indexy odpovídají délkám stran:

A_1 množina všech čtverců se stranou o velikosti 1,....

A_1, A_2, A_3 jsou po dvou disjunktní množiny

p, p_1, p_2, p_3 jsou počty prvků množin A, A_1, A_2, A_3

$$p_1 = 9, p_2 = 4, p_3 = 1$$

Množina A je sjednocením množin A_1, A_2, A_3 ; $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$

$$p = 9 + 4 + 1$$

$$p = 14$$

Kombinatorické pravidlo součtu

Jsou-li konečné množiny $A_1, A_2, \dots, A_n$ po dvou disjunktní
s počty prvků $p_1, p_2, \dots, p_n$,
pak je počet prvků množiny $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

Úloha 3

Určete, kolik lze vytvořit značek Morseovy abecedy skládajících se nejvýše ze čtyř teček nebo čárek.

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Calda, E., Dupač, V. *Matematika pro gymnázia. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 1993. ISBN 80-7196-147-7
- Calda, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU 3.díl*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-109-4
- Obr.1 [cit. 12-08-21] Dostupné pod licenci Public domain na WWW:
[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg#global usage](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg#global_usage)
- Ostatní použité obrázky byly vytvořeny pomocí PowerPoint 2008 for Mac