



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Název: Planimetrie a stereometrie

Téma: Objemy a povrchy těles

Autor: Ing. Vacková Věra

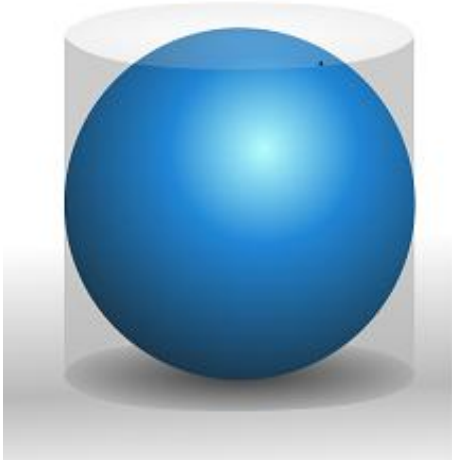
Číslo: VY_32_INOVACE_02 – 20

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. V prezentaci jsou zavedeny pojmy objem a povrch tělesa, je zmíněn Cavalierův princip.*

Pak jsou uvedeny vzorce pro výpočet objemů a povrchů základních těles. V úlohách žáci vzorce procvičí a jejich úkolem je také zjistit vzorce pro komolé útvary a části koule.

Září 2013

Objemy těles



Obr.1

Určování objemů těles – jedno z nejstarších uplatnění stereometrie.

Archimedes: O kouli a válci

Jednotkový objem

- **Jednotkový objem 1 j^3**

**Objem krychle o hraně jednotkové délky,
jednotková krychle**

Objem tělesa

Objem tělesa – kladné reálné číslo, pro které platí:

1. Shodná tělesa mají shodné objemy.
2. Objem tělesa složeného z několika **nepronikajících se těles** je roven součtu objemů těchto těles.
3. Objem krychle o hraně 1m je 1m^3 .

Cavalieriův princip

Jestliže pro dvě tělesa existuje taková rovina, že každá rovina s ní rovnoběžná protíná obě tělesa v rovinných útvarech se stejnými obsahy, mají tělesa stejný objem.



Obr.2

Povrch tělesa

- je obsah jeho hranice.

Např.

Povrch mnohostěnu získáme jako součet obsahů všech jeho stěn (tvořených mnohoúhelníky).

Hranol

Objem:

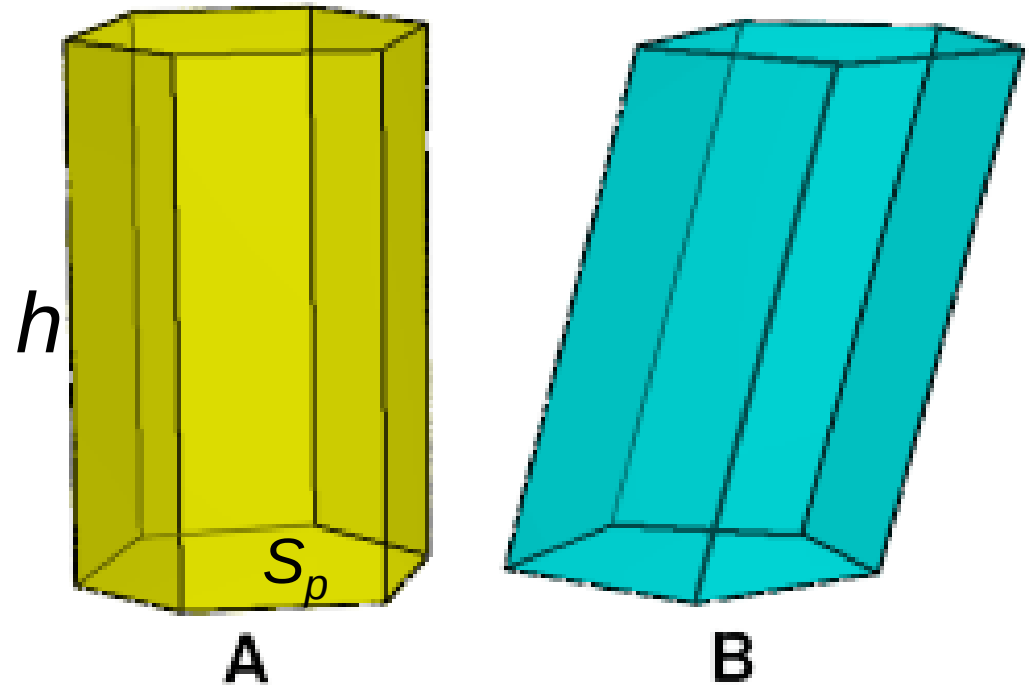
$$V = S_p \cdot h$$

Povrch:

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

S_{pl} ...obsah pláště

S_p ...obsah podstavy



Obr.3

Úloha 1

Akvárium má tvar pravidelného osmibokého hranolu o výšce 40 cm, je-li zcela zaplněno vodou, vejde se do něho 50 litrů vody. Určete délku jeho podstavné hrany.

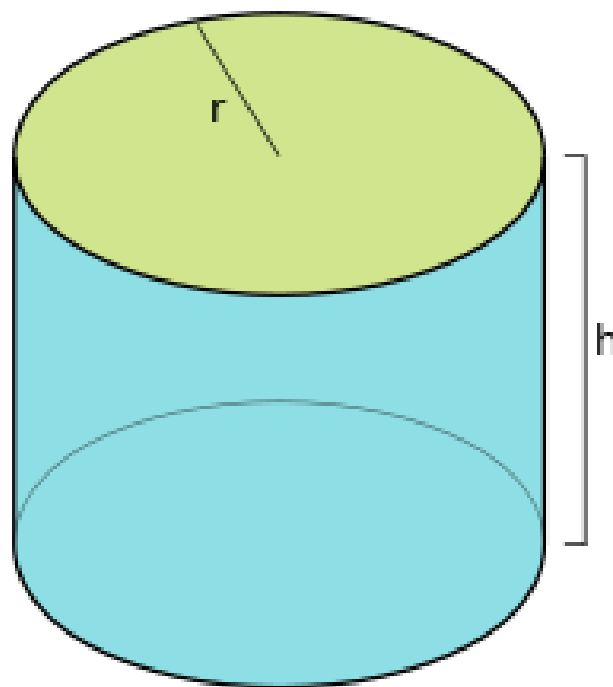
Válec

Objem:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Povrch:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r (r + h)$$



Obr.4

Úloha 2

Určete kolik litrů vody je v cisterně, jestliže je naplněna do poloviny. Její délka je 12 metrů a průměr 2,5 metru.

Jehlan

Objem:

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot h$$

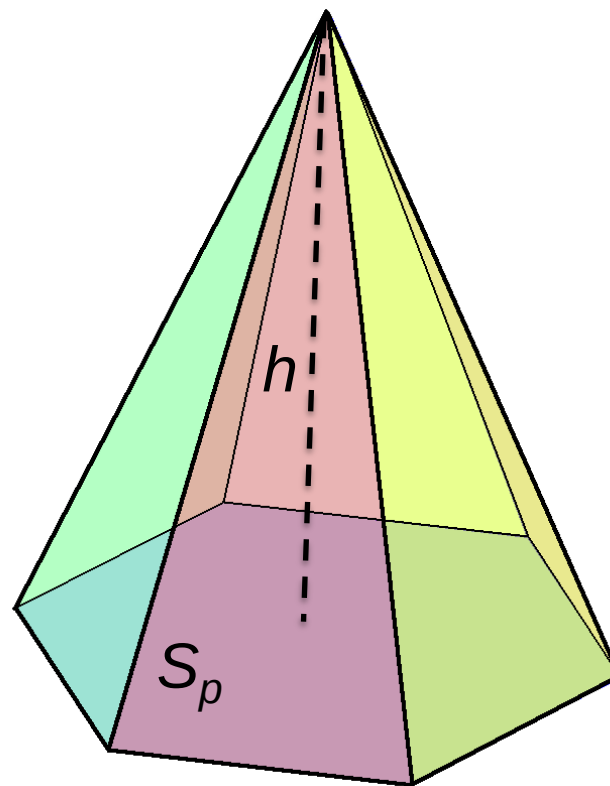
h ... výška jehlanu

Povrch:

$$S = S_p + S_{pl}$$

S_{pl} ... obsah pláště

S_p ... obsah podstavy



Obr.5

Úloha 3

Určete objem čtyřbokého jehlanu, jehož obdélníková podstava má strany o délkách 24 cm a 20 cm a boční hrana má délku 30 cm.

KUŽEL

Objem:

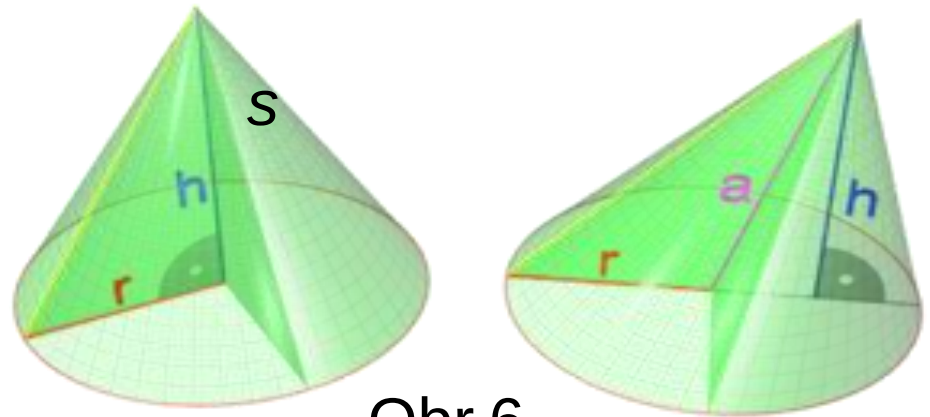
$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot h$$

h ...výška kužele

Povrch rotačního kužele:

$$S = \pi \cdot r (r + s)$$

S_p ...obsah podstavy



Obr.6

Úloha 4

Doplňte vzorce pro objem komolého přímého jehlanu a komolého rotačního kužele.

Koule

Objem:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

r ...poloměr koule

Povrch:

$$S = 4\pi \cdot r^2$$



Obr.7

Úloha 5

Doplňte objemy a povrchy částí koule.

Úloha 6

Určete, kolik kuliček o poloměru 1 cm je možno ulít z kovové koule o poloměru 10 cm.

Porovnejte celkový povrch všech těchto kuliček s povrchem původní koule.

Zdroje

- Pomykalová, E. Planimetrie. 4.vyd. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-174-4
- Polák, J. Přehled středoškolské matematiky. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Krynický, Martin. Realisticky.cz: Matematika: Planimetrie: Geometrické útvary v rovině [online]. 25. 9. 2011 19:47. [2012-01-05]. Dostupné na WWW: <http://www.realisticky.cz/dil.php?id=10>
- Obr.1 [cit. 13-09-29] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes sphere and cylinder.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_sphere_and_cylinder.svg)
- Obr.2 [cit. 13-09-29] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cavalieri's principle.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cavalieri's_principle.jpg)
- Obr.3 [cit. 13-09-30] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Súbor:Prisma gerade u schief.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Súbor:Prisma_gerade_u_schief.png)
- Obr.4 [cit. 13-09-30] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circular cylinder rh.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circular_cylinder_rh.svg)

Zdroje

Obr.5 [cit. 13-09-30] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hexagonal pyramid.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hexagonal_pyramid.png)

Obr.6 [cit. 13-09-30] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/Soubor:Cone 3d.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/Soubor:Cone_3d.png)

Obr.7 [cit. 13-09-30] Dostupné pod licenci Public domain na WWW.: [http://commons.wikimedia.org/wiki/Soubor:Sphere wireframe 15deg 10r.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/Soubor:Sphere_wireframe_15deg_10r.svg), autor Geek3