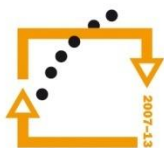




MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE  
DO ROZVOJE  
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

**Šablona:** Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

**Téma:** Planimetrie a stereometrie

**Název:** Polohové vlastnosti geometrických útvarů

**Autor:** Ing. Vacková Věra

**Číslo:** VY\_32\_INOVACE\_02 – 15

**Anotace:** *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. V prezentaci jsou uvedeny základní stereometrické útvary a vztahy mezi nimi, věty o incidenci mezi základními geometrickými útvary a věty o vzájemné poloze dvou přímek, dvou rovin a přímky a roviny. V závěru prezentace jsou zmíněna kritéria rovnoběžnosti přímky a roviny a dvou rovin.*

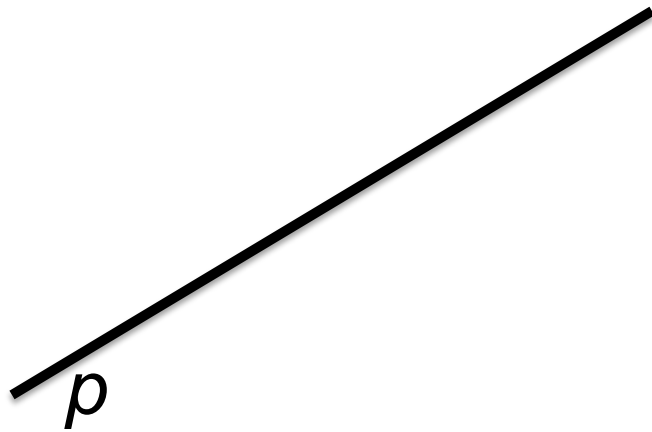
Září 2013

# Stereometrie

**Stereometrie** se zabývá prostorovými útvary, stereometrie řecký původ slova “*měření těles*”.

**Základní útvary v prostoru:** bod, přímka, rovina

$+A$



# Věty o určení přímky a roviny

Přímka je určena dvěma různými body.

Rovina je určena:

třemi body, které neleží v přímce,

přímkou a bodem, který na ní neleží,

dvěma různoběžnými přímkami,

dvěma různými rovnoběžkami.

# Základní vztahy mezi body, přímkami a rovinami

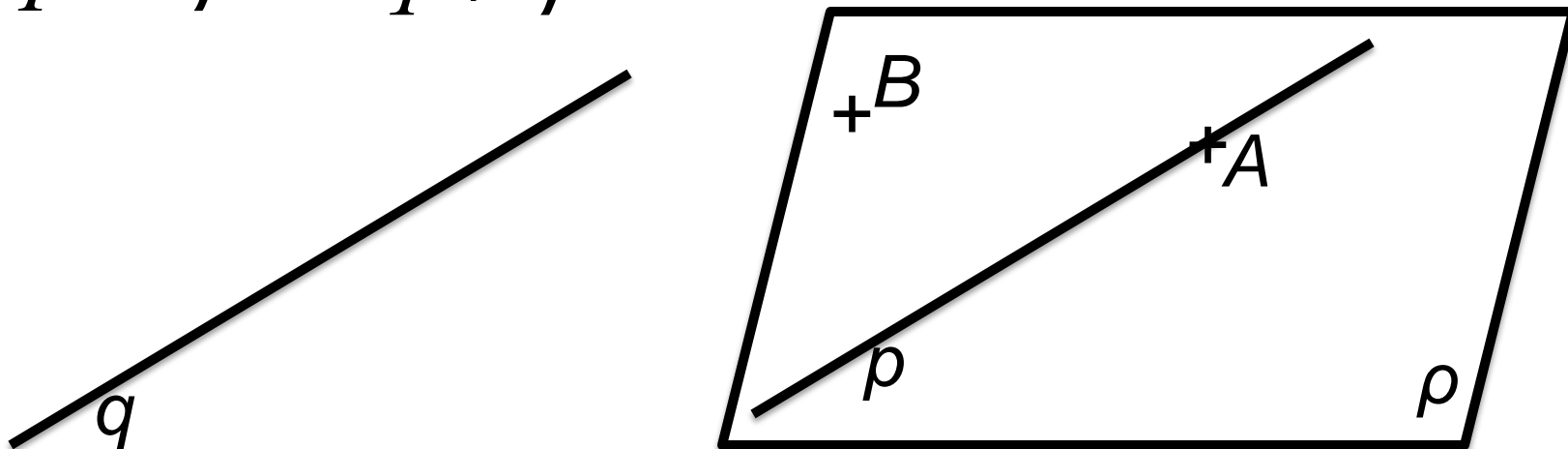
Pojem **incidence**.

Používáme znaky:  $\in$   $\notin$   $\subset$   $\not\subset$

Význam znaků je patrný z obrázku.

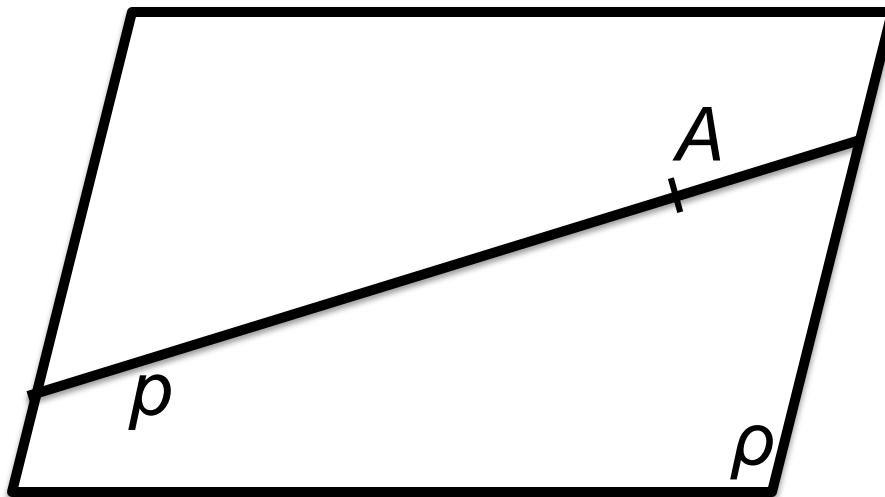
$$A \in p \quad B \in \rho \quad B \notin p$$

$$p \subset \rho \quad q \not\subset \rho$$



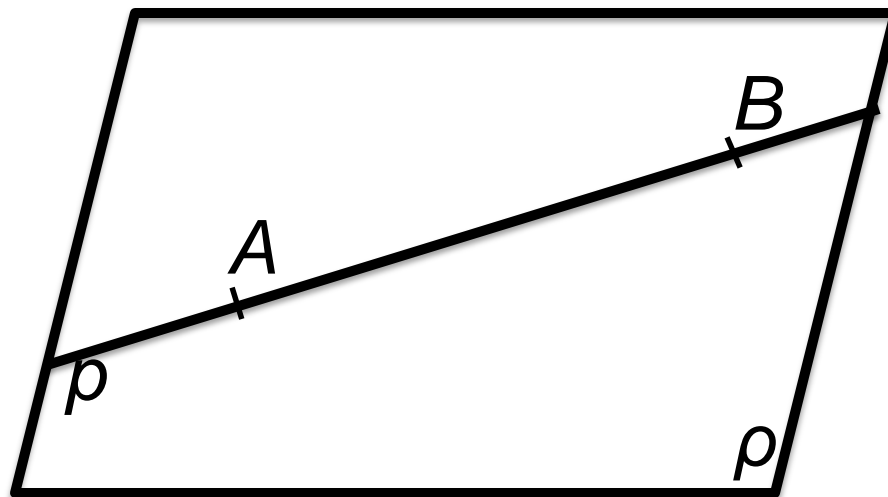
# Věty o incidenci

Jestliže bod  $A$  leží na přímce  $p$  a přímka  $p$  leží v rovině  $\rho$ , pak i bod  $A$  leží v rovině  $\rho$ .



# Věty o incidenci

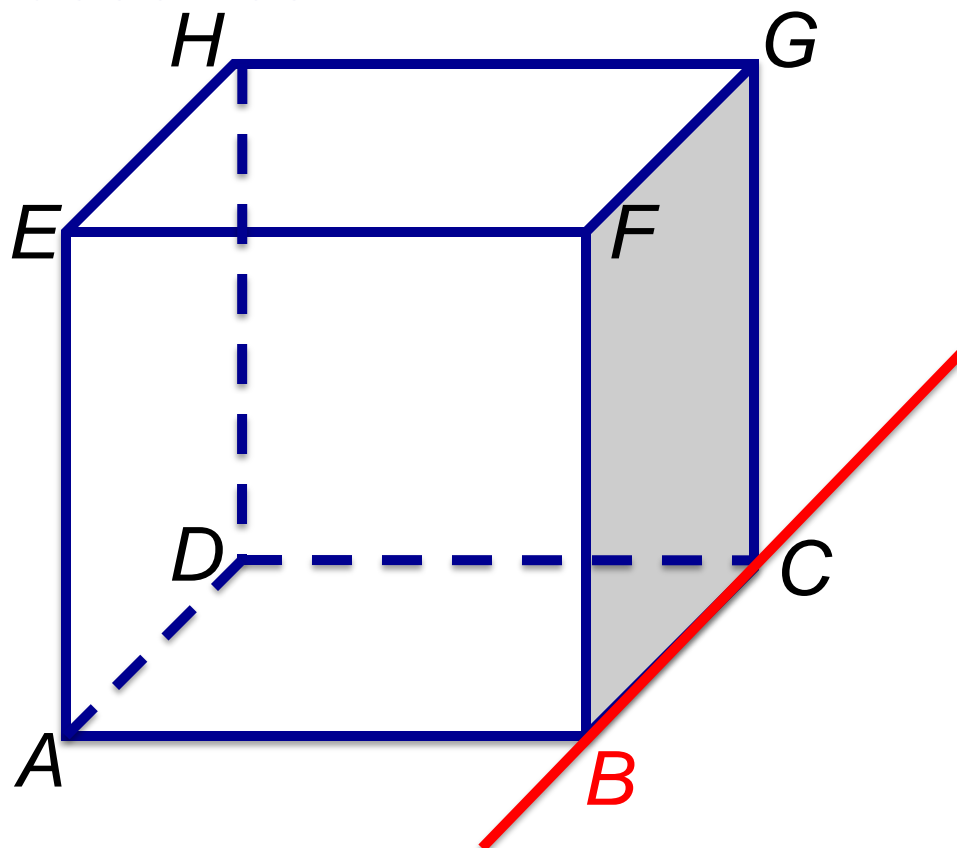
Má-li přímka s rovinou společné dva různé body, leží v této rovině.



# Věty o incidenci

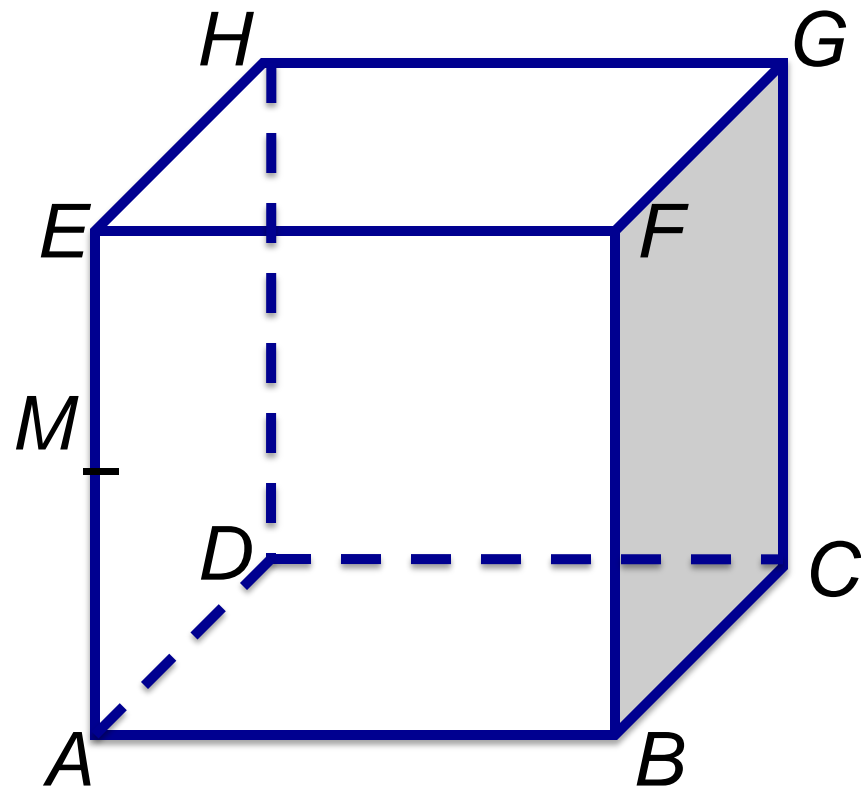
Mají-li dvě různé roviny společný jeden bod, mají společnou přímku, která tímto bodem prochází. Jiné společné body tyto roviny nemají. Přímka se nazývá **průsečnice**.

Roviny  $ABC$  a  $BCG$  mají společný bod  $B$  a průsečnici  $BC$ .



# Úloha 1

Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Sestrojte průsečnici rovin  $ABC$  a  $MFD$ . Bod  $M$  je střed hrany  $AE$ .



# Úloha 1

Roviny  $ABC$  a  $MFD$  mají společný bod  $D$ , roviny jsou různé, mají průsečnici, která tímto bodem prochází.

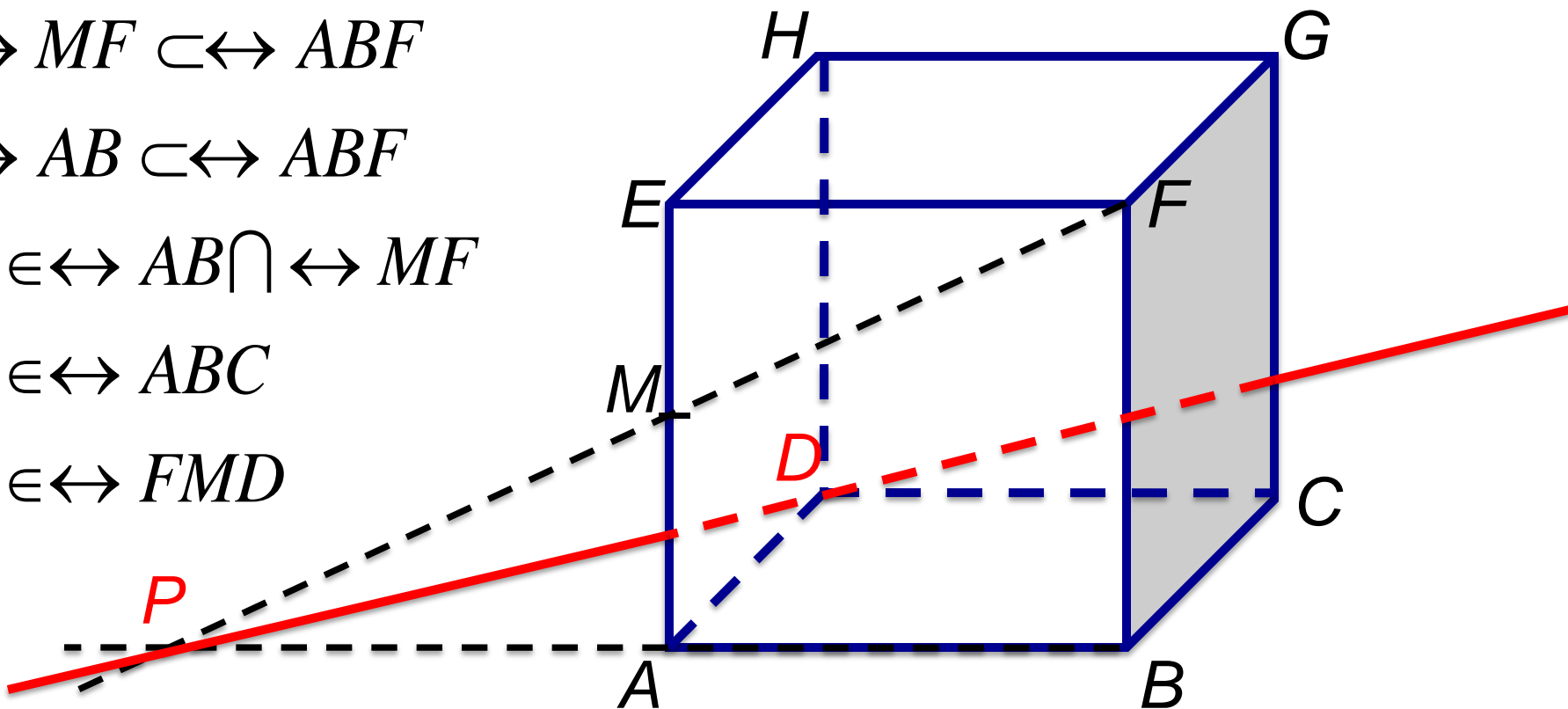
$$\Leftrightarrow MF \subset \Leftrightarrow ABF$$

$$\Leftrightarrow AB \subset \Leftrightarrow ABF$$

$$P \in \Leftrightarrow AB \cap \Leftrightarrow MF$$

$$P \in \Leftrightarrow ABC$$

$$P \in \Leftrightarrow FMD$$

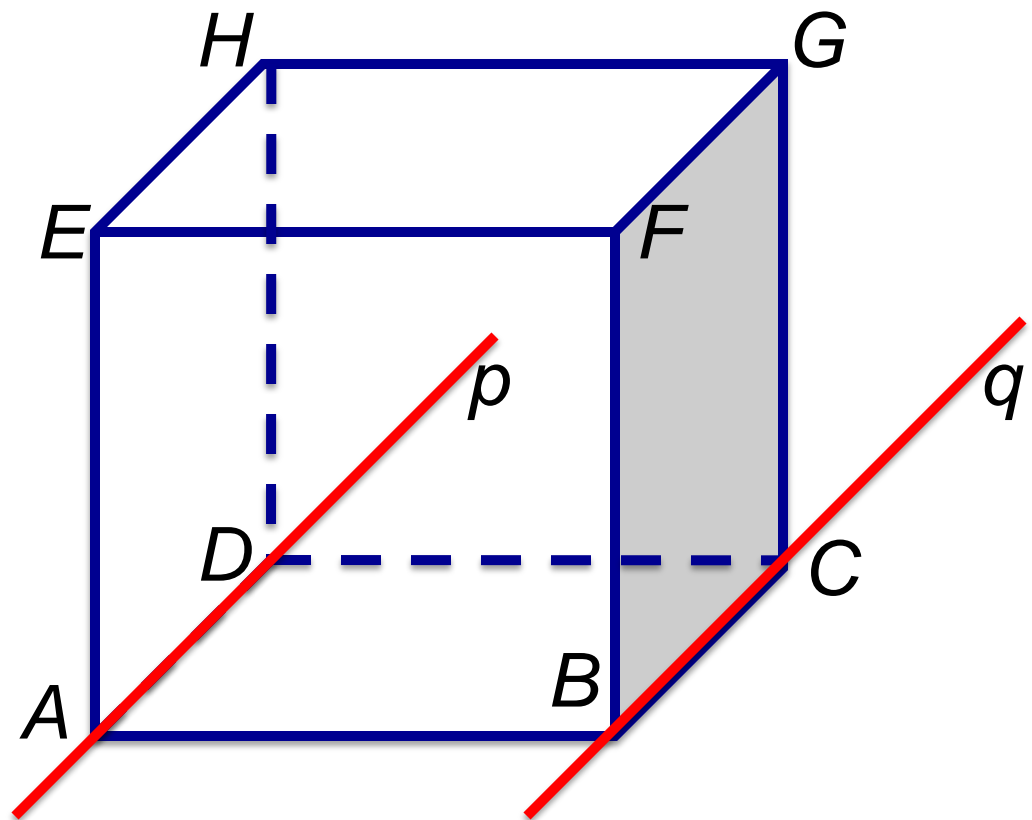


# Vzájemná poloha dvou přímek

Přímky  $p$  a  $q$  nemají žádný společný bod a leží v jedné rovině.

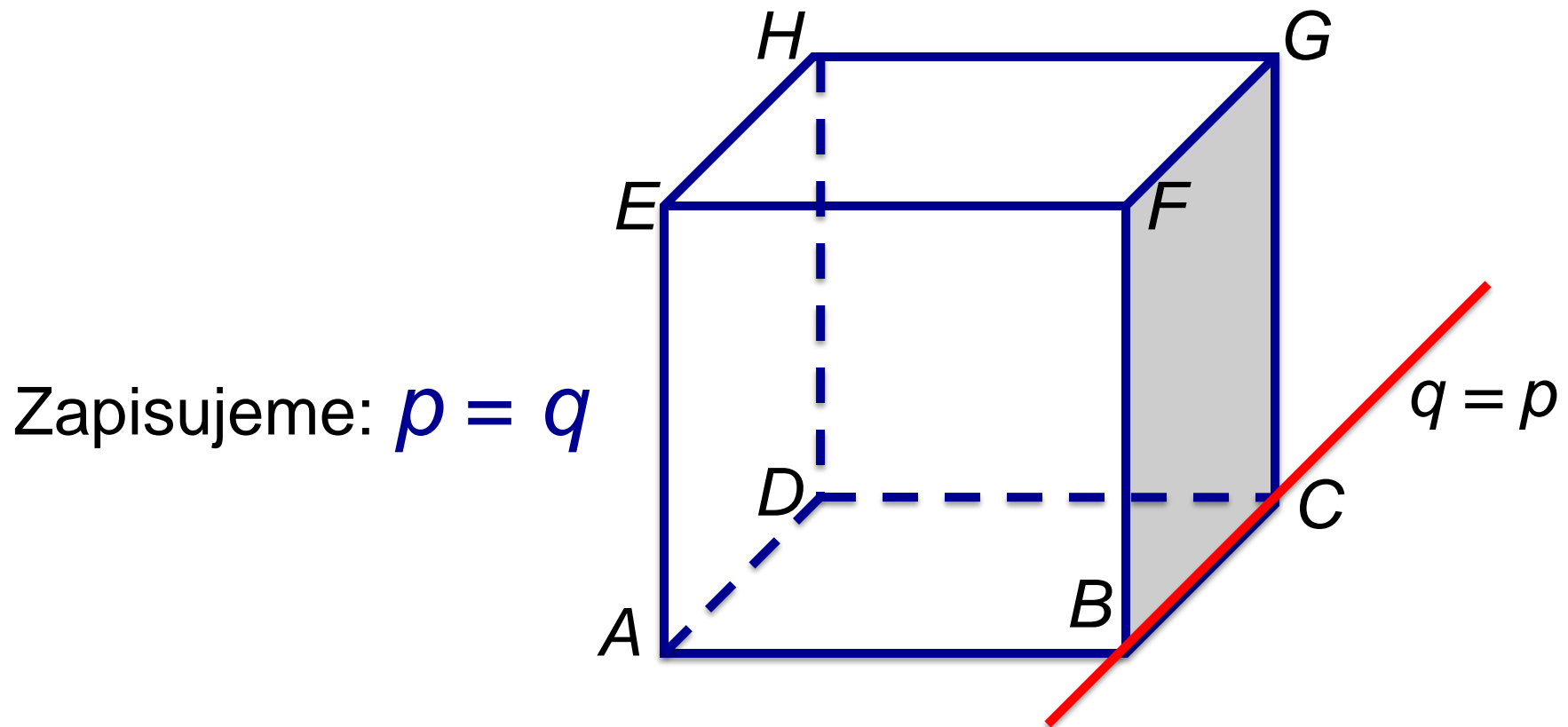
Jsou rovnoběžné.

Zapisujeme:  $p \parallel q$



# Vzájemná poloha dvou přímek

Přímky  $p$  a  $q$  mají všechny body společné.  
Jsou **splývající**(totožné).



# Vzájemná poloha dvou přímek

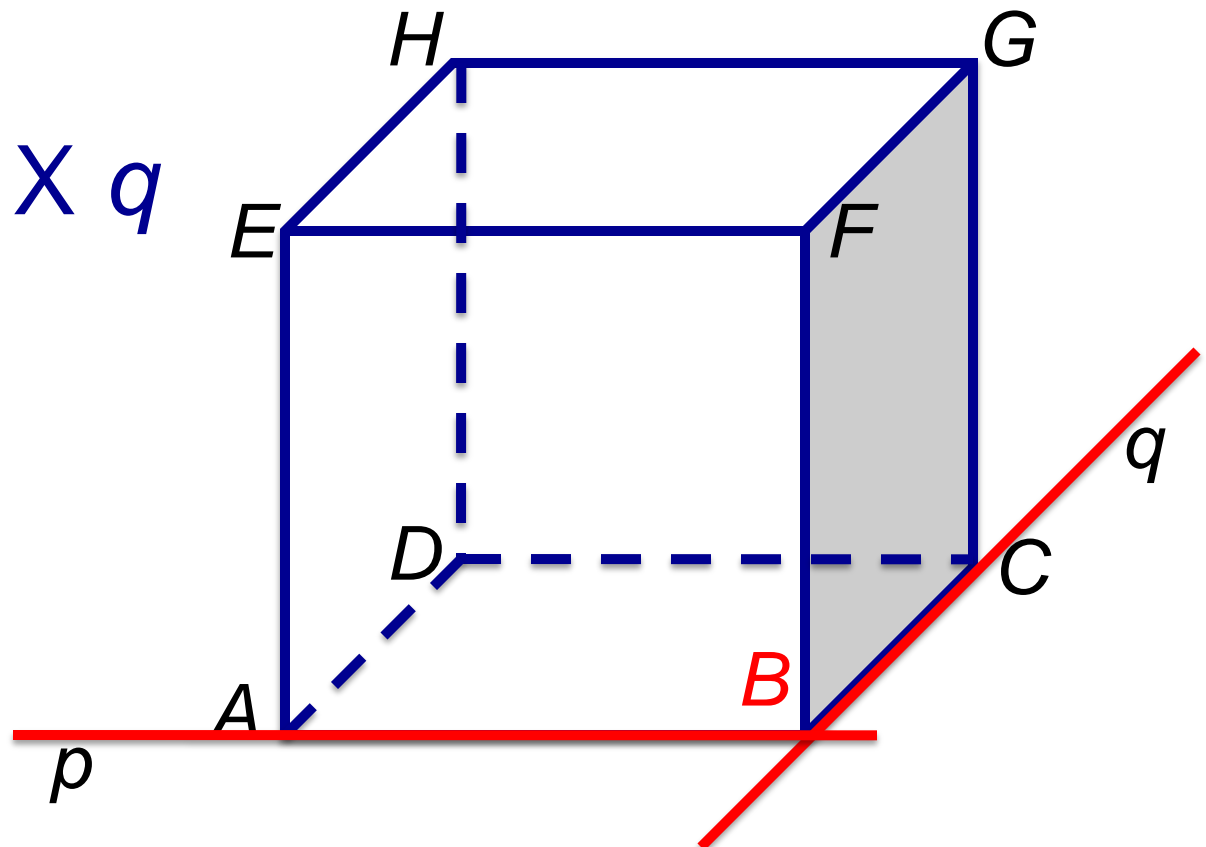
Přímky  $p$  a  $q$  mají právě jeden společný bod (průsečík).

Jsou **různoběžné**.

Zapisujeme:  $p \times q$

$$\{B\} = p \cap q$$

$$B \in p \cap q$$



# Vzájemná poloha dvou přímek

Přímky  $p$  a  $q$  nemají žádný společný bod a neleží v jedné rovině.

Jsou **mimoběžné**.

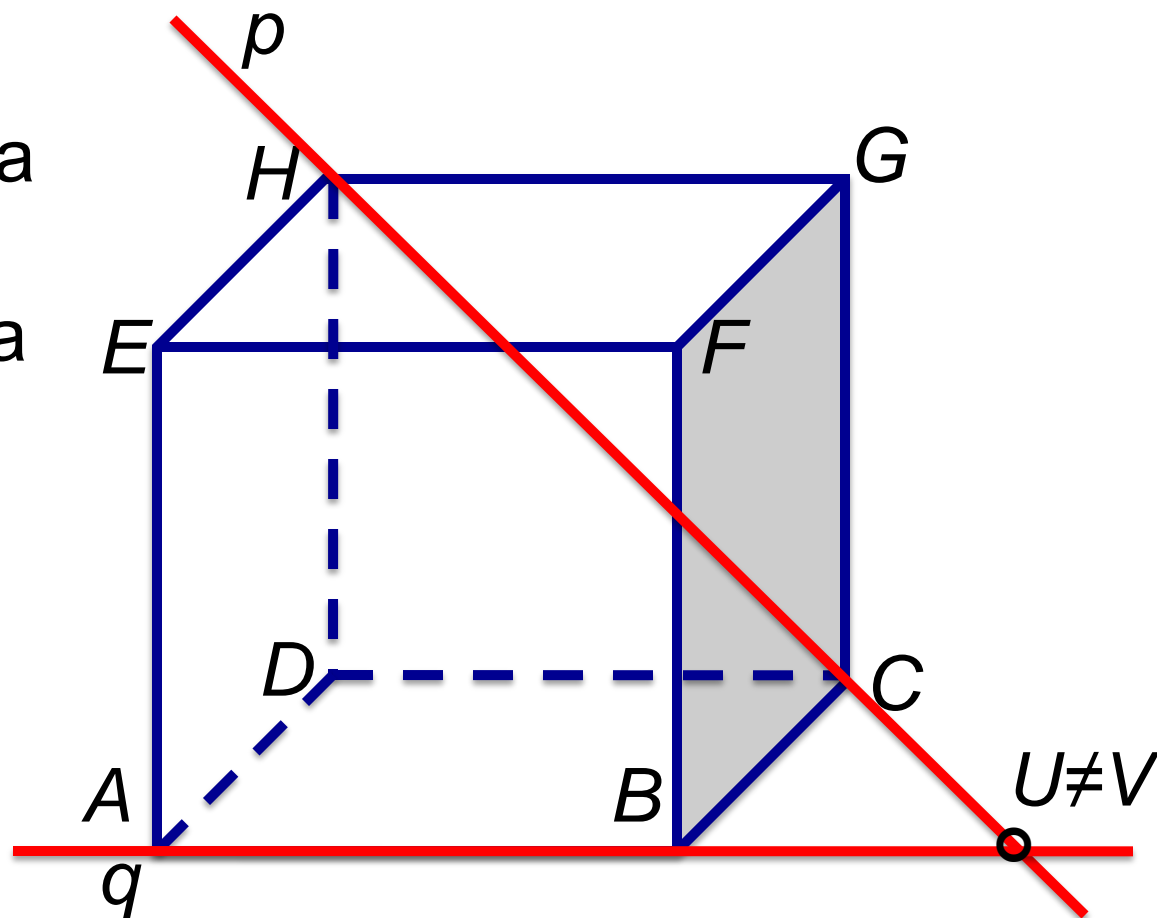
Přímka  $p$  je určena body  $CH$ ,  
přímka  $q$  je určena body  $AB$ .

$$U \in p$$

Pozor!

$$V \in q$$

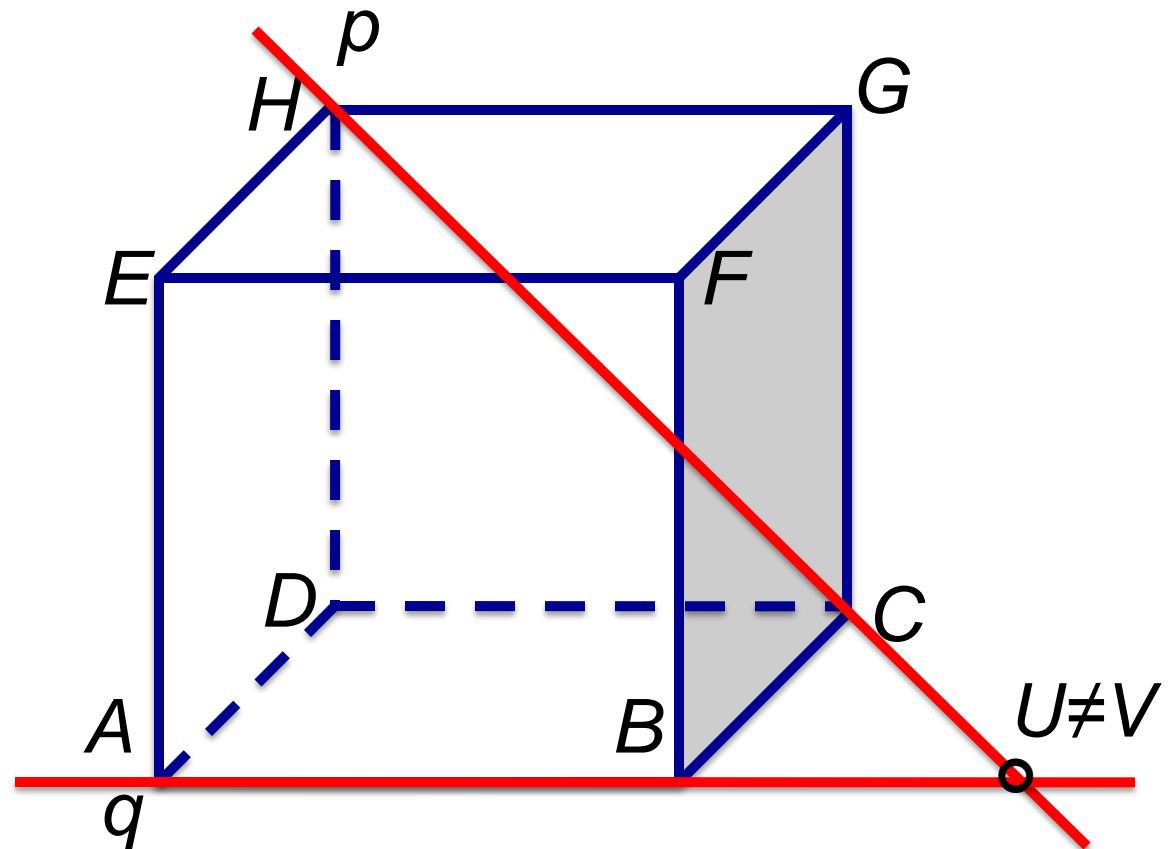
$$U \neq V$$



# Úloha 2

Určete přímku, která protíná obě mimoběžky  $p$  a  $q$ ,  
příčku mimoběžek.

Určete nejkratší vzdálenost mimoběžek  $p$  a  $q$ .



# Vzájemná poloha přímky a roviny

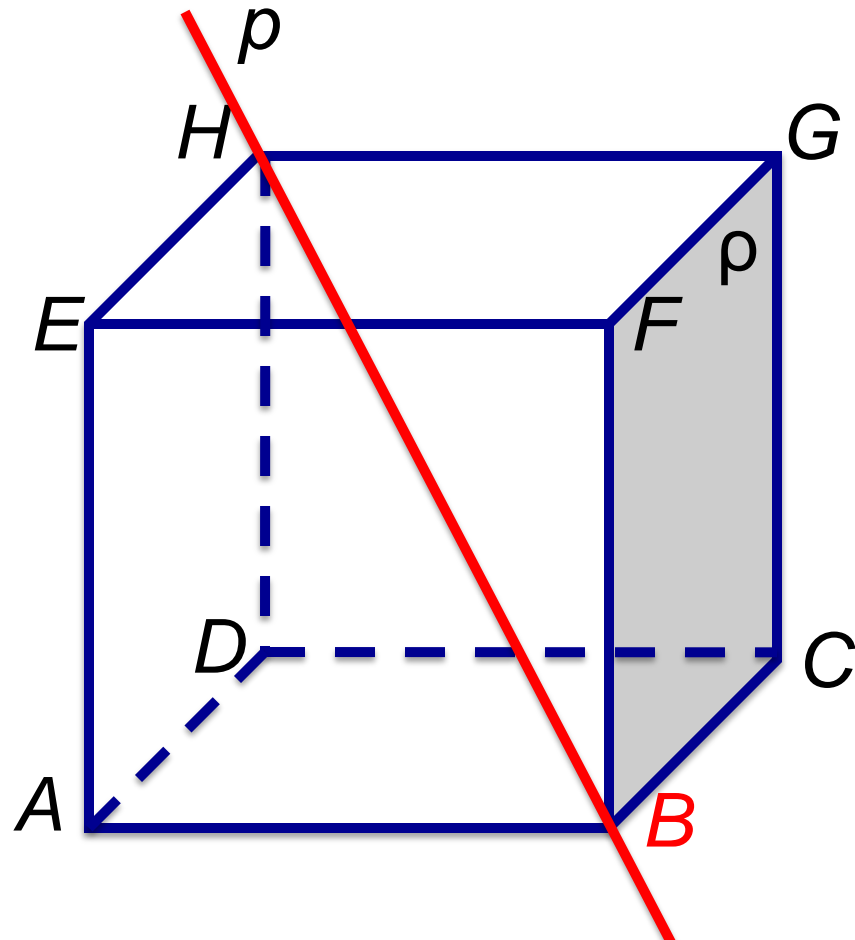
Přímka a rovina mají právě jeden společný bod.  
Přímka je **různoběžná** s rovinou.

Bod  $B$  je průsečík  
přímky  $p$  a roviny  $\rho$ .

$$\rho \Leftrightarrow BCG$$

$$B \in \rho \cap p$$

$$\{B\} = \rho \cap p$$



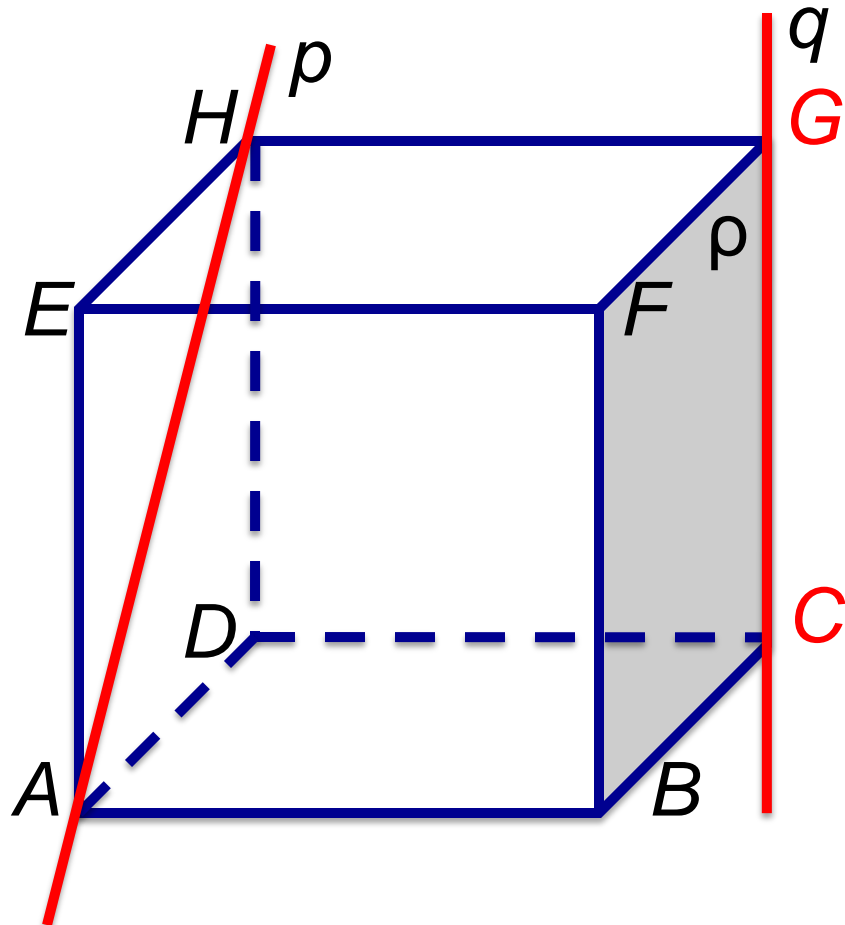
# Vzájemná poloha přímky a roviny

Nemají-li přímka a rovina žádný společný bod nebo mají-li společné aspoň dva různé body, je přímka **rovnoběžná** s rovinou.

$$\rho \Leftrightarrow BCG$$

$$q \subset \rho$$

Zapisujeme:  $p \parallel \rho$   
 $q \parallel \rho$



# Vzájemná poloha dvou rovin

Mají-li dvě různé roviny společný bod, pak mají společnou přímku - průsečnici, která tímto bodem prochází.

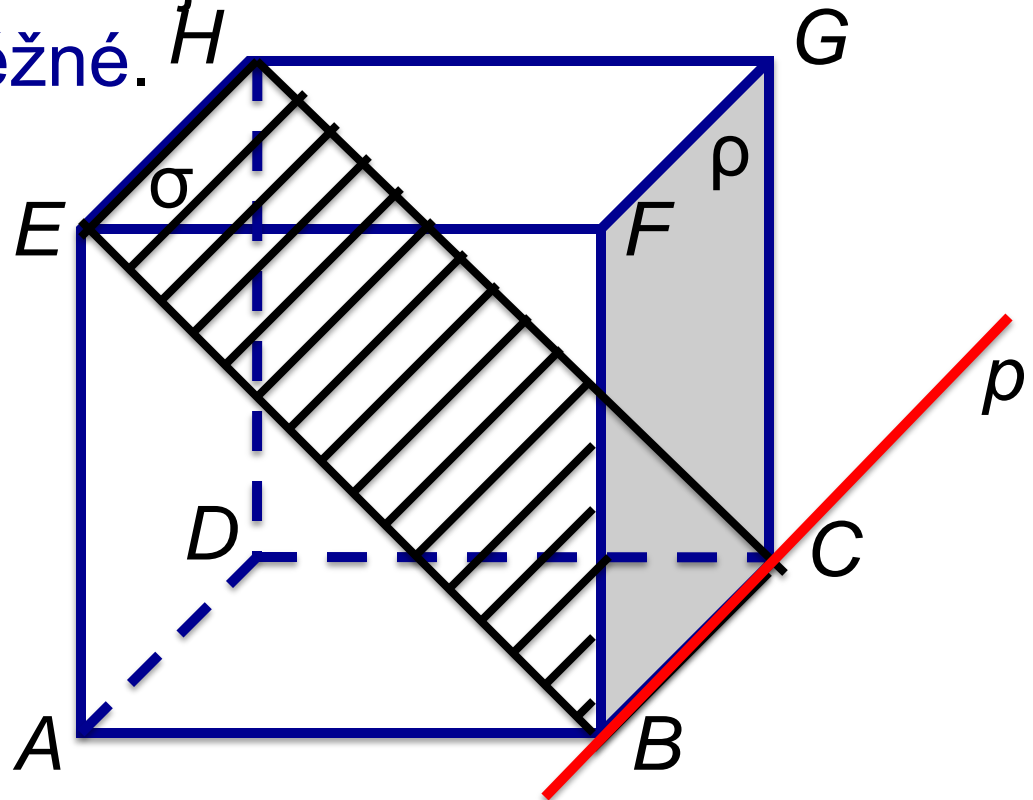
Jiné společné body nemají.

Roviny jsou různoběžné.

$$\rho \Leftrightarrow BCG$$

$$\sigma \Leftrightarrow BEH$$

$$p = \rho \cap \sigma$$



# Vzájemná poloha dvou rovin

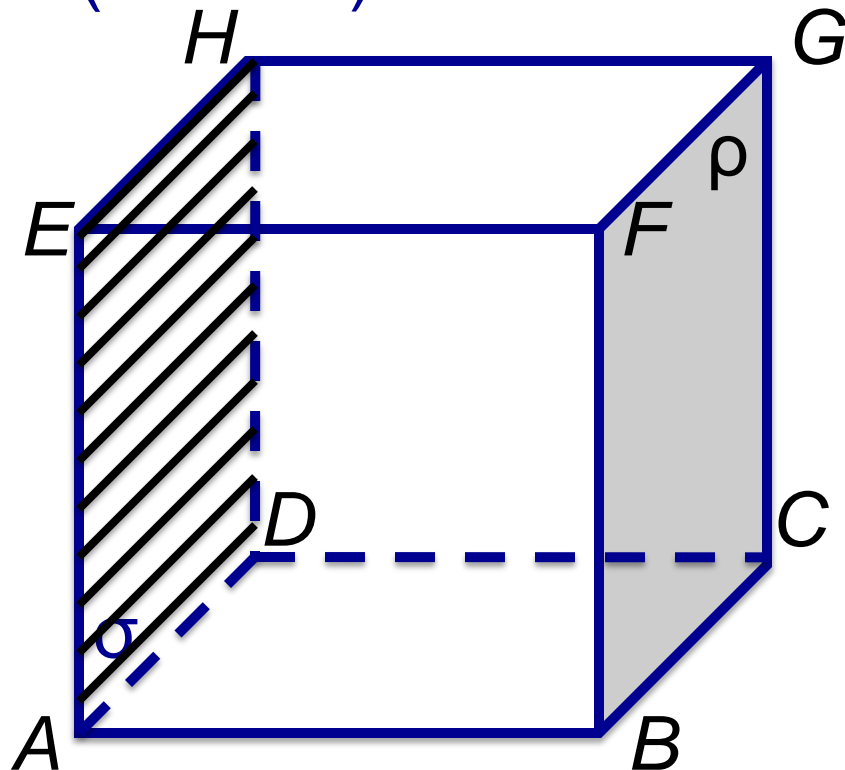
Nemají-li dvě roviny žádný společný bod,  
pak je nazýváme **rovnoběžné**.

Mají-li dvě roviny všechny body společné,  
nazýváme je **splývající (totožné)**.

$$\rho \Leftrightarrow BCG$$

$$\sigma \Leftrightarrow AEH$$

Zapisujeme:  $\rho \parallel \sigma$

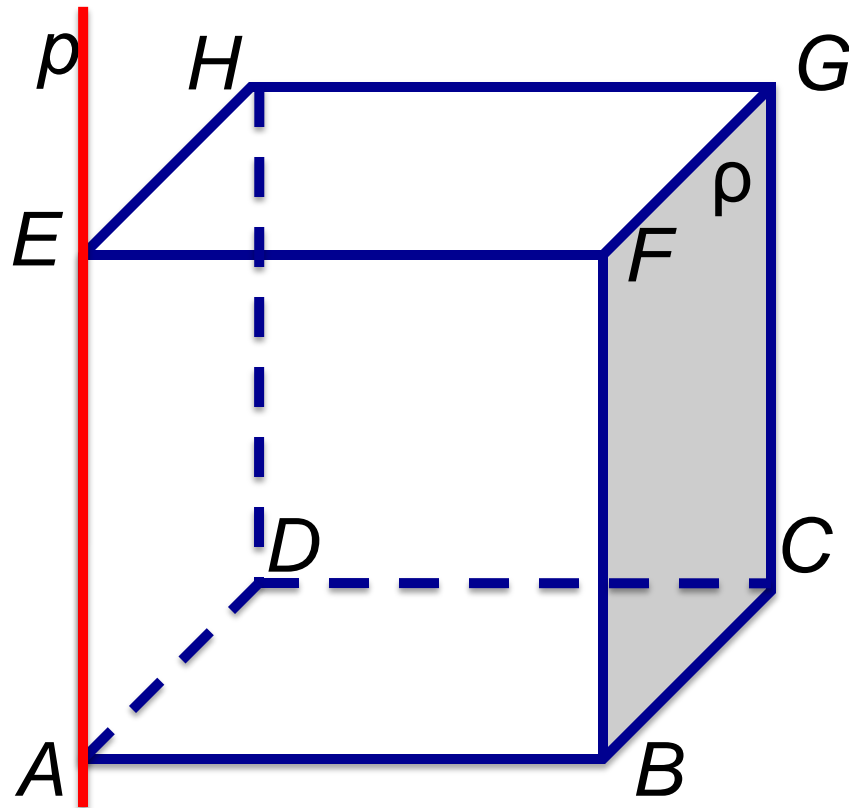


# Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny

Přímka je rovnoběžná s rovinou, je-li rovnoběžná aspoň s jednou její přímkou.

$p$  je rovnoběžná s přímkou  $BF$  z roviny  $BCG$

$$p \parallel \rho$$



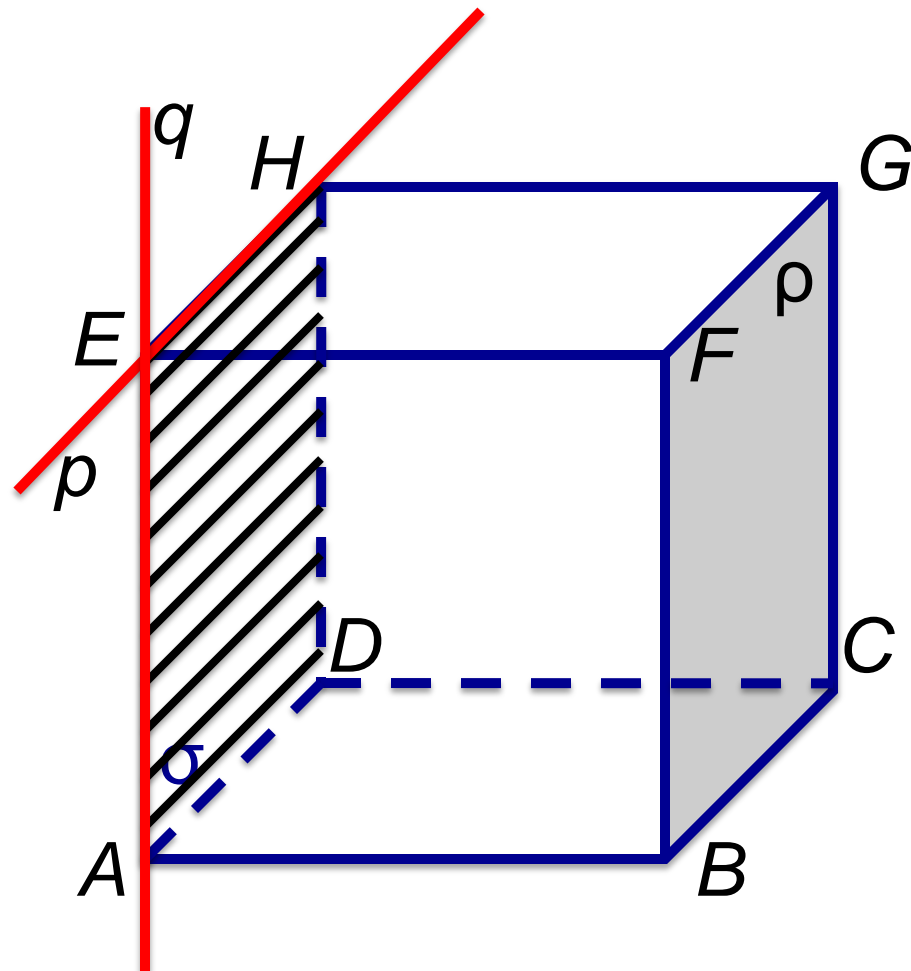
# Kritérium rovnoběžnosti dvou rovin

Dvě roviny jsou rovnoběžné, leží-li v jedné z nich dvě různoběžky, které jsou rovnoběžné s druhou rovinou.

$$p \subset \sigma$$

$$q \subset \sigma$$

$$p \parallel \rho \text{ a } q \parallel \rho$$
$$\sigma \parallel \rho$$



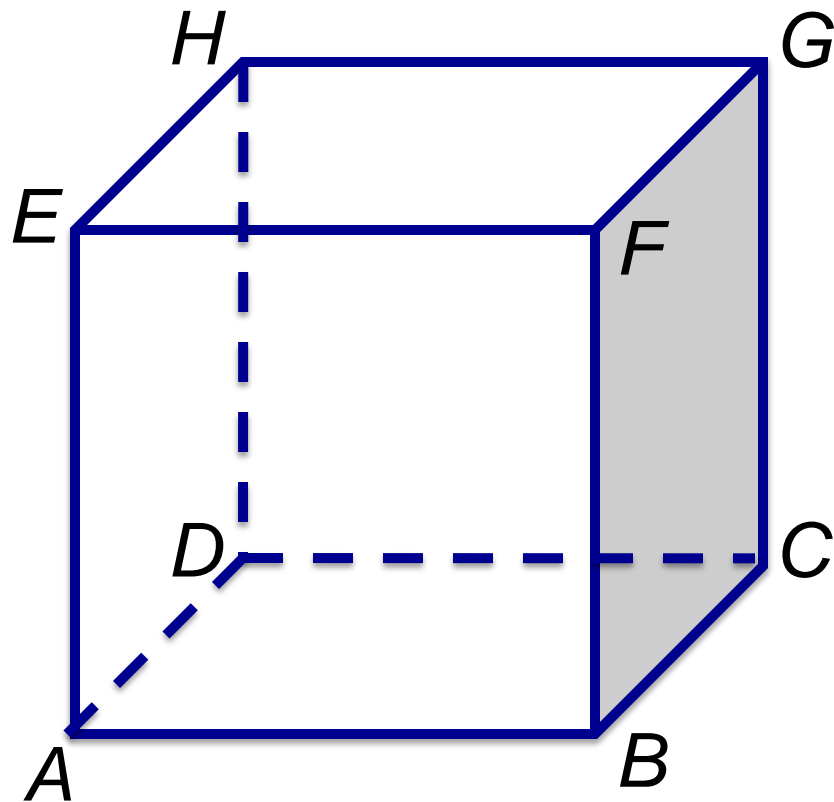
# Další věty o rovnoběžnosti přímek a rovin

Každá přímka rovnoběžná se dvěma různoběžnými rovinami je rovnoběžná s jejich průsečnicí.

Jsou-li dvě rovnoběžné roviny prořaty rovinou třetí, jsou obě průsečnice rovnoběžné.

# Úloha 3

Na zadané krychli  $ABCDEFGH$  najděte příklady potvrzující výše uvedené věty.



# Zdroje

- Pomykalová, E. *Matematika pro gymnázia Stereometrie*. 3.vyd. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-178-7
- Kadleček, J. *Geometrie v rovině a v prostoru pro střední školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-017-9
- Calda, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-109-4
- Obrázky použité v prezentaci jsou vytvořeny v aplikaci Microsoft PowerPoint for Mac.