

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1



INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Funkce

Název: Hodnoty goniometrických funkcí

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_01 – 15

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. V prezentaci jsou uvedeny významné hodnoty goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku a některé další hodnoty goniometrických funkcí pro úhly menší než 360° . Na základě vlastností goniometrických funkcí jsou předvedeny postupy k určení goniometrických funkcí se záporným argumentem, argumentem větším než 360° a argumentem ležícím mezi 90° a 360° .*

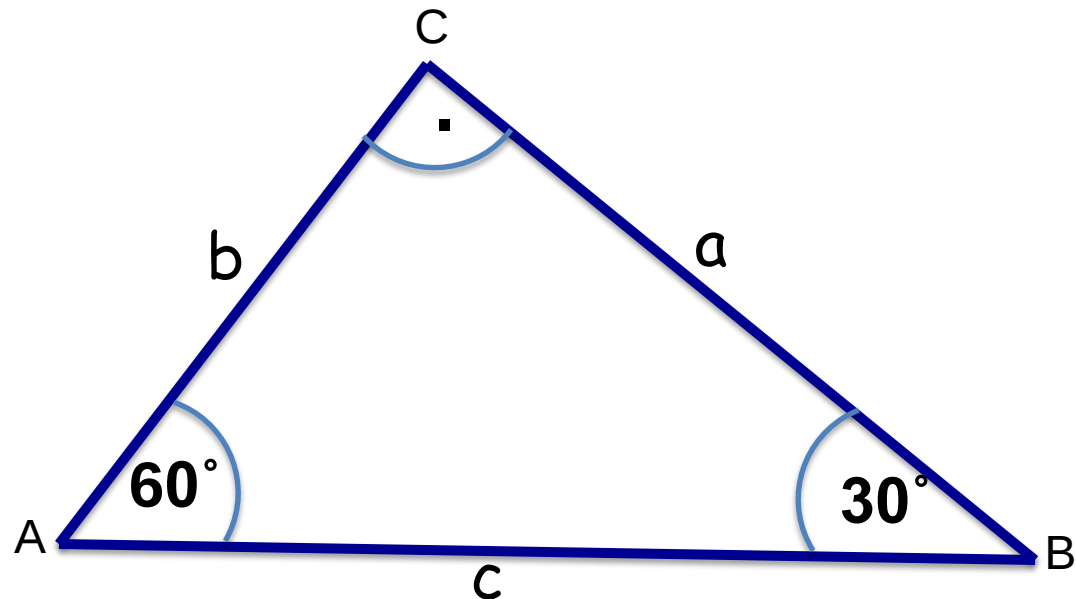
Září 2013

Pravoúhlý trojúhelník

Pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C

c délka přepony pravoúhlého trojúhelníku ABC

a, bdélky odvěsen pravoúhlého trojúhelníku ABC



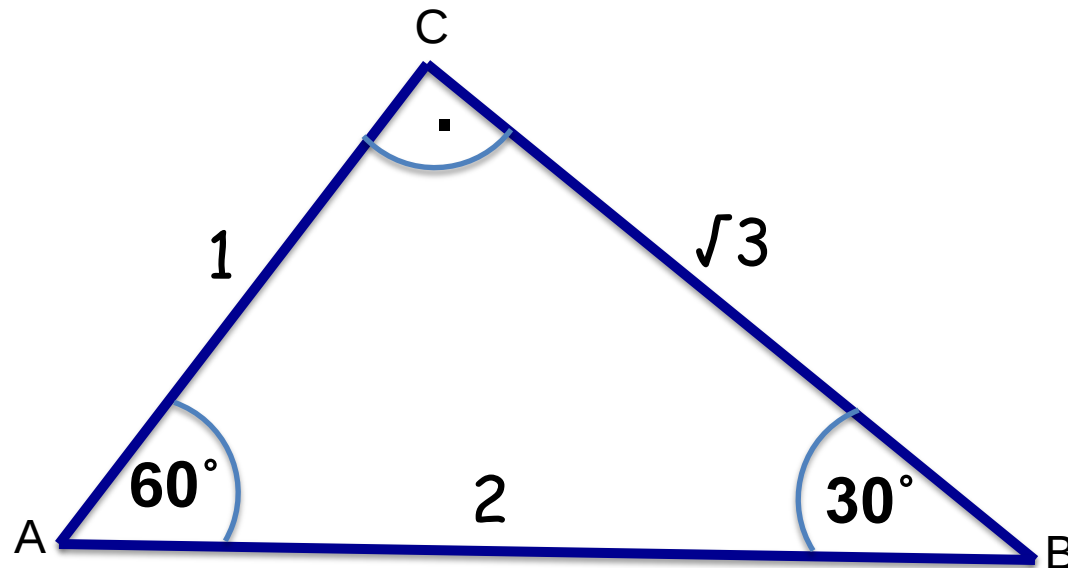
Goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$$

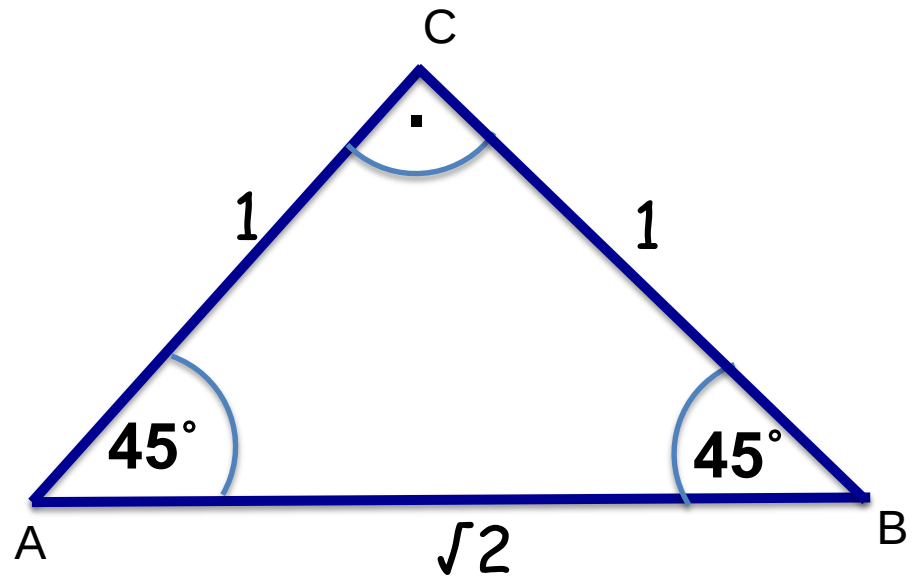
$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



Goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = 1$$



Další významné hodnoty goniometrických funkcí

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	<i>ndef.</i>	0	<i>ndef.</i>	0
$\cot x$	<i>ndef.</i>	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	<i>ndef.</i>	0	<i>ndef.</i>

1. Hodnoty goniometrických funkcí pro $\alpha < 0^\circ$

Určíme z vlastností goniometrických funkcí (sudá nebo lichá funkce):

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x$$

Úloha 1

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro úhly:

-90° , -45° , -60°

2. Hodnoty goniometrických funkcí pro $\alpha > 360^\circ$

Hodnoty určíme díky periodicitě funkcí, sinus a kosinus mají periodu 360° , tangens a kotangens mají periodu 180° .

Např.

$$\sin 405^\circ = \sin(360^\circ + 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Úloha 2

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro úhly:
 3690° , 7245° , 7470°

3. Hodnoty goniometrických funkcí pro $90^\circ < \alpha < 360^\circ$

Znaménka hodnot goniometrických funkcí lze určit z jednotkové kružnice a vlastností funkcí.

Znaménka jsou uvedena v tabulce:

Kvadrant	I.	II.	III.	IV.
$\sin x$	+	+	-	-
$\cos x$	+	-	-	+
$\tan x$	+	-	+	-
$\cotan x$	+	-	+	-

3. Hodnoty goniometrických funkcí pro $90^\circ < \alpha < 360^\circ$

Hodnoty goniometrických funkcí lze vyjádřit pomocí úhlu α_0 z prvního kvadrantu:

- α leží v druhém kvadrantu $\alpha = 180^\circ - \alpha_0$,
- α leží ve třetím kvadrantu $\alpha = 180^\circ + \alpha_0$,
- α leží ve čtvrtém kvadrantu $\alpha = 360^\circ - \alpha_0$,

Pozn.

Uvedené vztahy jsou dobře čitelné na jednotkové kružnici.

Úloha 3

Na jednotkové kružnici ukažte výše uvedené vlastnosti pro úhly mezi $90^\circ < \alpha < 360^\circ$.

Úloha 4

Určete hodnoty goniometrických funkcí pro úhly:
 120° , 240° , 315° .

Zdroje

- Odvárko, O. *Matematika pro gymnázia Goniometrie*. 4.vyd. Praha: Prometheus, 1994. ISBN 978-80-7196-359-2
- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9.vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Obrázky použité v prezentaci jsou vytvořeny v aplikaci Microsoft PowerPoint.