



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE
DO ROZVOJE
VZDĚLÁVÁNÍ

Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Funkce

Název: Definice a vlastnosti funkcí tangens a kotangens

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_01 – 14

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Jsou zavedeny funkce tangens a kotangens. pomocí jednotkové kružnice jsou funkce geometricky znázorněny. Vlastnosti funkcí tangens a kotangens poznávají žáci v úlohách, které jsou součástí prezentace.*

Prosinec 2013

Zavedení funkce *tangens* a *kotangens*

Funkce *tangens* se nazývá funkce daná vztahem:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Funkce *kotangens* se nazývá funkce daná vztahem:

$$\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Definiční obor funkce *tangens*

Definiční obor funkce *tangens* tvoří všechna taková reálná čísla, pro která platí, že

$$\cos x \neq 0$$

Tedy: $x \neq (2k + 1) \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$$D(f) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$$

Definiční obor funkce *kotangens*

Definiční obor funkce *kotangens* tvoří všechna taková reálná čísla, pro která platí, že

$$\sin x \neq 0$$

Tedy: $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$D(f) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (k\pi, (k+1)\pi)$$

Úloha 1

Doplňte následující tabulku, vypočtete hodnoty, popřípadě políčko proškrtněte, není-li funkce definována:

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
$\operatorname{tg} x$							
$\operatorname{cotg} x$							

Parita funkce *tangens* a *kotangens*

Funkce *tangens* a *kotangens* jsou
liché funkce.

Pro každé x z definičního oboru funkce platí:

1) $-x$ patří také do definičního oboru funkce,

2)

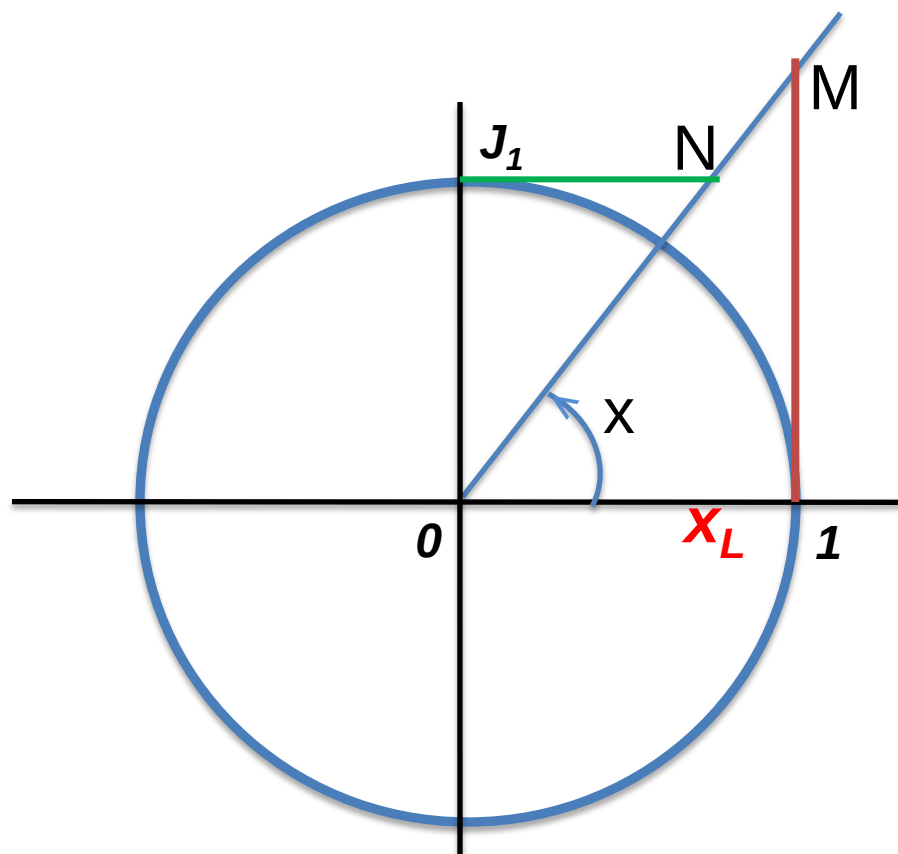
$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(-x) &= -\operatorname{tg} x, \\ \operatorname{cotg}(-x) &= -\operatorname{cotg} x.\end{aligned}$$

Geometrické znázornění *tangens* a *kotangens* pomocí jednotkové kružnici

x ...základní velikost orientovaného úhlu (radián)

J_1N ...velikost této úsečky hodnota $\cotg x$

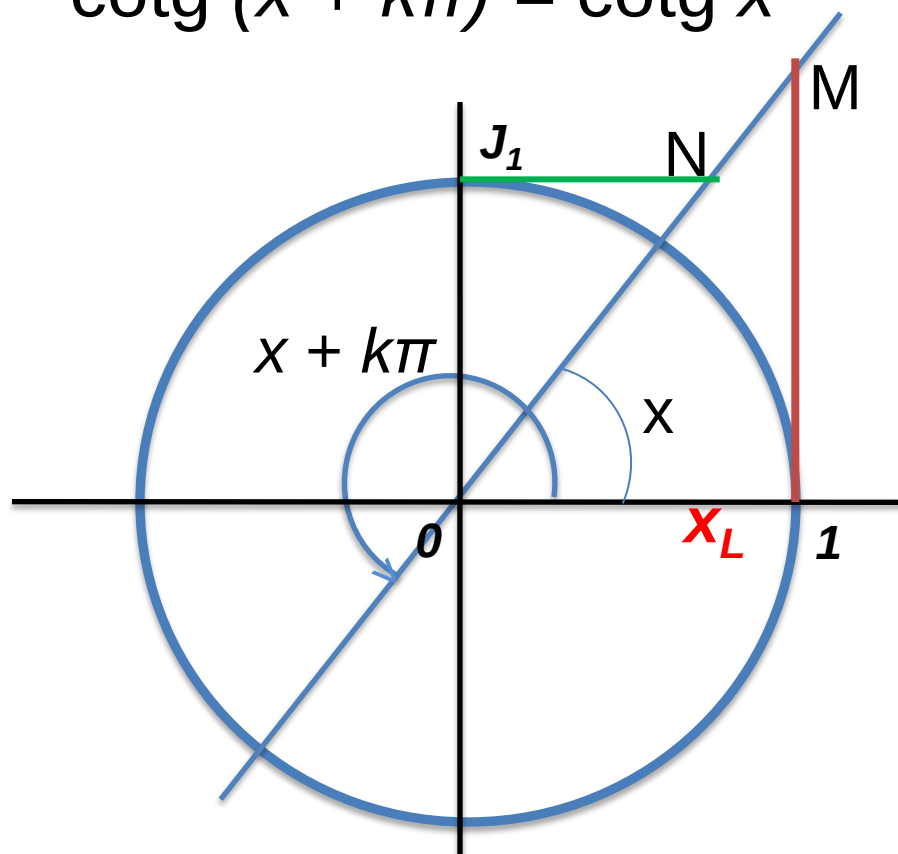
$1M$...velikost této úsečky hodnota $tg x$



Periodicita funkcí *tangens* a *kotanges*

Pro každé celé číslo k a pro každé reálné číslo x z definičního oboru funkce platí:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(x + k\pi) &= \operatorname{tg} x \\ \operatorname{cotg}(x + k\pi) &= \operatorname{cotg} x\end{aligned}$$



Úloha 2

Zamyslete se na vlastnostmi funkcí *tangens* a *kotangens* na celém oboru reálných čísel.

- 1) Jsou funkce shora nebo zdola omezené?
- 2) Určete obor hodnot.
- 3) Jsou funkce rostoucí nebo klesající?

Úloha 3

Vypočtěte:

$$\operatorname{tg} (-315^\circ)$$

$$\operatorname{cotg} (5\pi/6)$$

$$\operatorname{tg} (13\pi/3)$$

$$\operatorname{cotg} (-27\pi/6)$$

Uspořádejte podle velikosti

$$\sin 60^\circ, \cos 60^\circ, \operatorname{tg} 60^\circ, \operatorname{cotg} 60^\circ$$

Úloha 4

Zakreslete grafy funkcí *tangens* a *kotangens* použijte interval:

$$x \in \left(-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$$

Zopakujte si vlastnosti těchto funkcí.

Zdroje

- Odvárko, O. *Matematika pro gymnázia Goniometrie*. 4.vyd. Praha: Prometheus, 1994. ISBN 978-80-7196-359-2
- Caldý, E. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU 3.díl*. 1.vyd. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-109-4
- Obrázky použité v prezentaci jsou vytvořeny v aplikaci Microsoft PowerPoint for Mac.