



Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno, Sokolská 1

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Téma: Funkce

Téma: Prostá funkce a funkce k ní inverzní

Autor: Ing. Vacková Věra

Číslo: VY_32_INOVACE_01 – 02

Anotace: *Prezentace je určena pro studenty středních průmyslových škol, obor strojírenství a technické lyceum. Probírané téma se týká základních pojmů teorie funkce. Je definována prostá funkce, inverzní funkce k prosté funkci, vztah grafu funkce a grafu funkce inverzní k dané prosté funkci.*

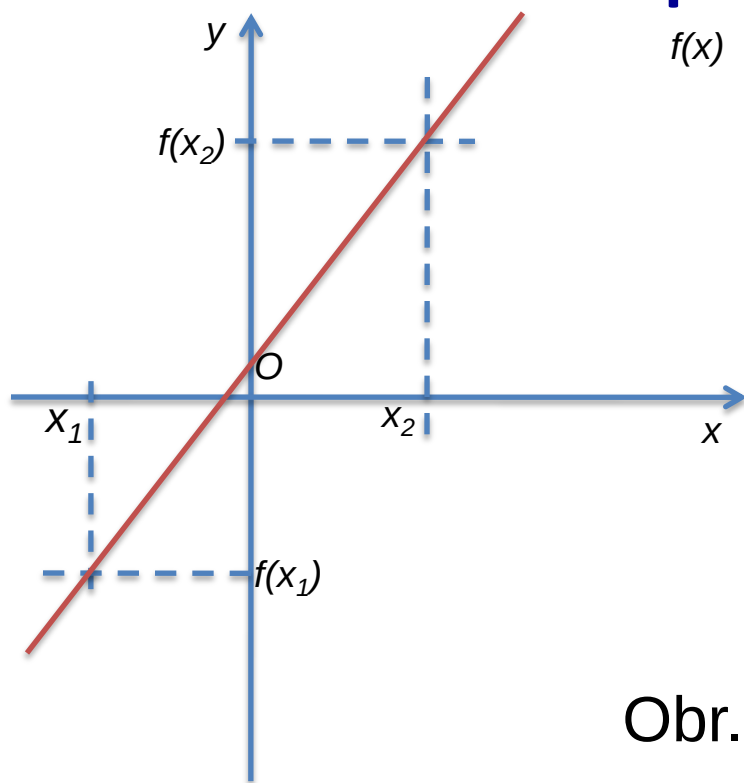
Červenec 2012

Prostá funkce

Funkce f s definičním oborem $D(f)$ se nazývá **prostá funkce** právě, když pro každou dvojici x_1, x_2 z definičního oboru $D(f)$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

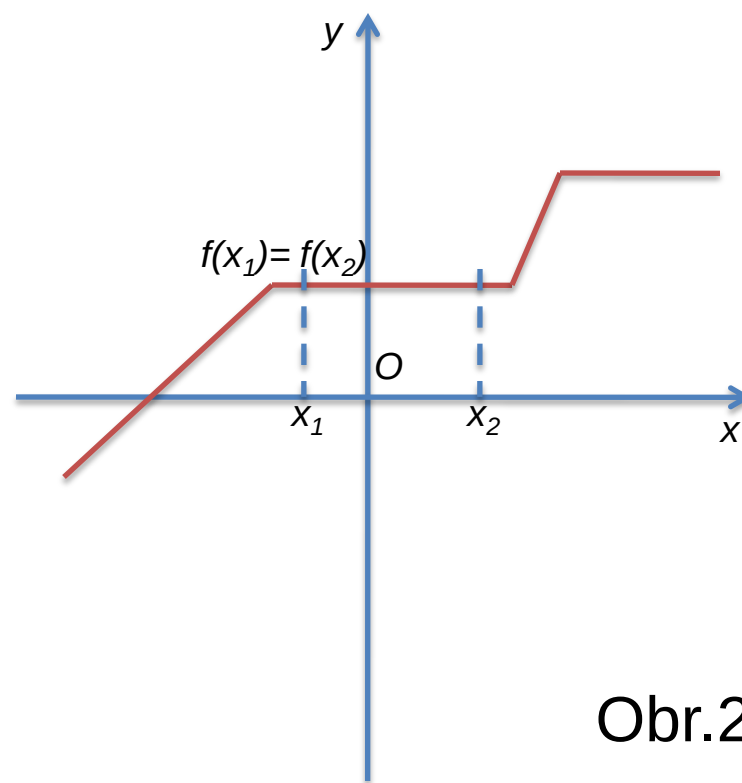
Je-li funkce *ryze monotónní* (rostoucí nebo klesající), pak je *prostá*.
(Obráceně neplatí.)

Monotónnost funkce a funkce prostá



Obr.1

Rostoucí funkce
je *prostá*.



Obr.2

Neklesající funkce
není prostá.

Úloha 1

Zakreslete grafy funkcí prostých.

Najděte takovou funkci, která je současně prostá a není ryze monotónní (klesající nebo rostoucí).

Inverzní funkce k funkci prosté

Ke každé prosté funkci lze najít funkce k ní **inverzní**. Tato funkce je opět *prostá a zobrazuje množinu $H(f)$ na množinu $D(f)$* .

Značení:

f^{-1}

Pro inverzní funkci f^{-1} k prosté funkci f platí:

$$f^{-1}: x = f^{-1}(y); \quad D(f^{-1}) = H(f) \quad H(f^{-1}) = D(f)$$

Určení předpisu inverzní funkce f^{-1} k dané funkci f

Postup:

1. Ověříme, že zadaná funkce je prostá.
2. Vyjádříme proměnou x ze zadaného předpisu.
3. Zaměníme proměnné.
4. Určíme definiční obor a obor hodnot hledané funkce.

Příklad 1:

Určete inverzní funkci f^{-1} k funkci $f: y = 2x - 1$.
Zakreslete grafy obou funkcí.

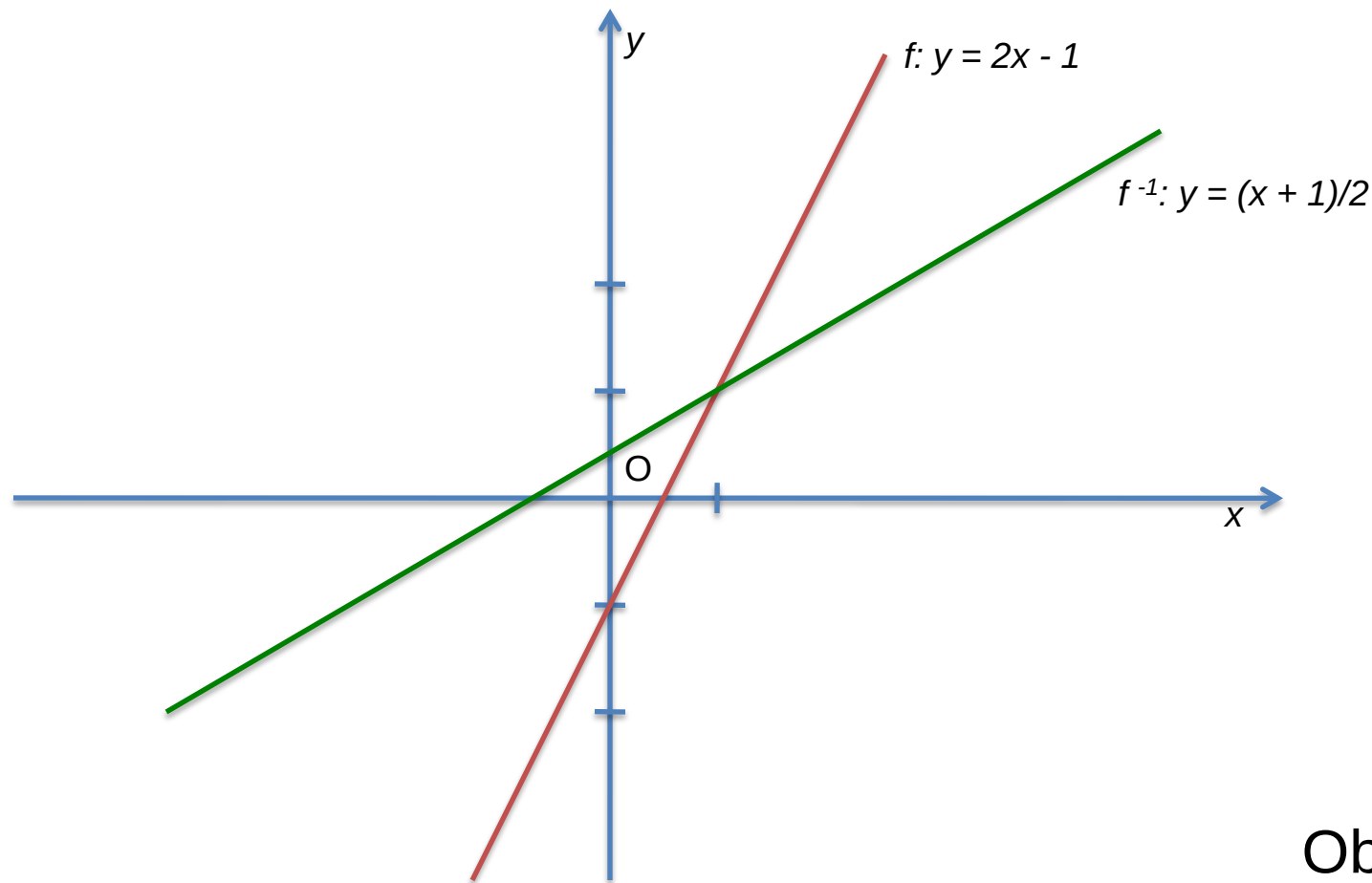
1. Funkce $f: y = 2x - 1$ je funkce prostá, platí-li $x_1 \neq x_2$,
pak $2x_1 - 1 \neq 2x_2 - 1$

2. $x = (y + 1)/2$

3. $y = (x + 1)/2$

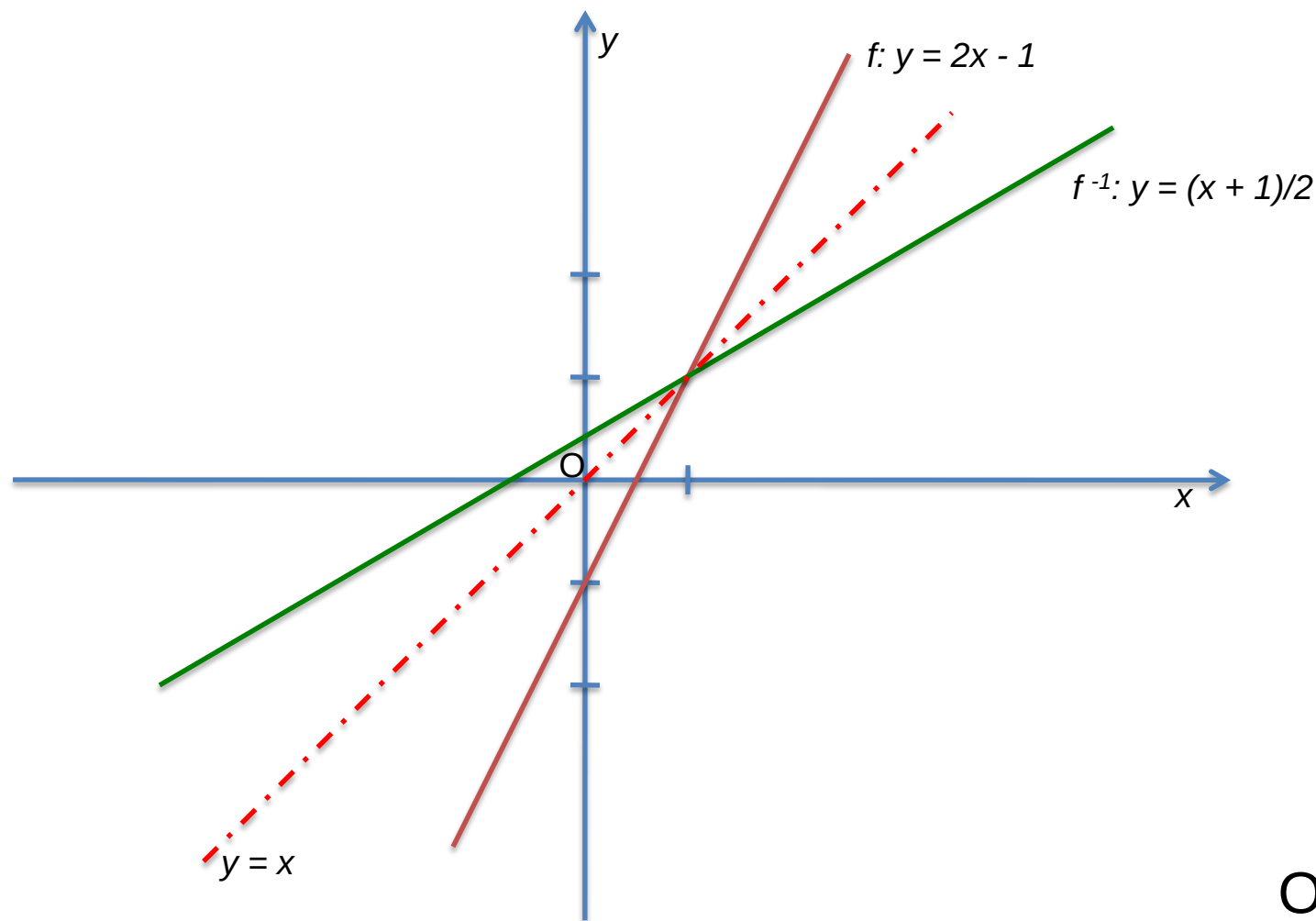
4. $f^{-1}: y = (x + 1)/2; D(f^{-1}) = H(f) = \mathbf{R};$
 $H(f^{-1}) = D(f) = \mathbf{R}$

Grafy obou funkcí jsou přímky (viz obr. 3)



Obr.3

Jestliže v pravoúhlé souřadné soustavě je sestrojen graf prosté funkce f , je graf funkce k ní inverzní f^{-1} v téže soustavě souřadné **souměrně sdružený** s grafem funkce f **podle přímky o rovnici $y = x$.**



Obr.4

Jestliže v pravoúhlé souřadné soustavě je sestaven graf prosté funkce f , je graf funkce k ní inverzní f^{-1} v téže soustavě souřadné **souměrně sdružený** s grafem funkce f **podle přímky o rovnici $y = x$.**

Úloha 2

Zakreslete graf funkce $f: y = 2x + 4$.

Ověřte, zda se jedná o funkci prostou.

V kladném případě k ní nalezněte funkci inverzní a sestrojte její graf ve stejné souřadné soustavě, ve které je sestrojen graf původní funkce.

Zdroje

- Polák, J. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1
- Obrázky 1, 2, 3, 4 byly vytvořeny pomocí PowerPoint 2008 for Mac